# امتحان السداسي الرابع في مقياس أساسيات بحوث العمليات

## طلبة التأخير

**التمرين الأول:**

إحدى المزارع أرادت اقتناء علف لماشيتها يتكون أساسا من ثلاثة عناصر تغذية هي العنصر K والعنصر L والعنصر M. تتواجد هذه العناصر في نوعين من الأعلاف هي: الشعير A والتبن B بمقادير مختلفة حسب ما يوضحه الجدول الموالي:

| العناصر | وحدة من A تحتوي على | وحدة من B تحتوي على |
|---|---|---|
| العنصر K | 0.1 | -- |
| العنصر L | -- | 0.1 |
| العنصر M | 0.2 | 0.1 |

وقد قدر البيطري أن الماشية يجب أن تستهلك يوميا على الأقل 0.4 وحدة من العنصر K و0.6 وحدة من العنصر L و1.6 وحدة من العنصر M.

تقدر تكلفة الوحدة من علف الشعير بـ 100 وحدة نقدية ومن علف التبن 40 وحدة نقدية.

**المطلوب:**

أكتب البرنامج الخطي الذي يمكن من خلاله تحديد الكميات الواجب استعمالها للماشية من العلف من أجل تغذيتها بأقل تكلفة ممكنة.

**التمرين الثاني:**

لتكن لدينا القيود التالية التي تعبر عن برنامج خطي لعملية تخطيط الإنتاج في مؤسسة ما.

$$\begin{cases} 5x_1 + 4x_2 \leq 20 \\ 4x_1 + 7x_2 \geq 28 \\ 3x_1 - 2x_2 \leq 6 \\ x_1 \leq 1 \\ x_2 \geq 2 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

**المطلوب:**

1. أوجد منطقة الحلول العملية الممكنة لهذه القيود.
2. ما هي إحداثيات نقطة الحل الأمثل لهذا البرنامج على فرض أن دالة الهدف تكتب بالشكل التالي:

$$Max\ Z = 4X_1 + X_2$$

3. ما هي طبيعة القيود: الأول، الثالث والرابع.
4. في حالة الاستغناء عن القيد الثالث هل تتأثر منطقة الحلول العملية الممكنة.

**التمرين الثاني:**

ليكن لديك البرنامج الخطي الموالي:

$$\text{Min } W = 50x_1 + 60x_2$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1000 \\ x_1 \geq 150 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

**المطلوب:**

أوجد الحل الأمثل لهذا البرنامج باستخدام طريقة السمبلكس (Simplexe).

**بالتوفيق والنجاح.**

**الأستاذ. زهير سعيدي**

# الإجابة النموذجية لامتحان السداسي الثالث في مقياس أساسيات بحوث العمليات طلبة التأخير

**حل التمرين الأول: 4.5 نقطة**

كتابة البرنامج الخطي الذي يمكن من خلاله تحديد الكميات الواجب استعمالها للماشية من العلف من أجل تغذيتها بأقل تكلفة ممكنة:

نرمز ل: للعلف الشعير بـ $X_1$، العلف التبن بـ $X_2$.

**أولا: كتابة دالة الهدف 01 نقطة**

$$MinW = 100x_1 + 40x_2$$

**ثانيا: كتابة قيود البرنامج 0.75 نقطة لكل قيد**

القيد الأول: يعبر عن المكون K اللازم توفره في الأعلاف

$$0.1x_1 \geq 0.4$$

القيد الثاني: يعبر عن المكون L اللازم توفره في الأعلاف

$$0.1x_2 \geq 0.6$$

القيد الثالث: يعبر عن المكون M اللازم توفره في الأعلاف

$$0.2x_1 + 0.1x_2 \geq 1.6$$

**ثالثا قيود عدم أو لا سلبية المتغيرات: 0.75 نقطة**

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0,$$

ومنه يمكن كتابة البرنامج الخطي بالصيغة التالية: **0.5 نقطة**

$$MinW = 100x_1 + 40x_2$$

$$\begin{cases} 0.1x_1 \geq 0.4 \\ 0.1x_2 \geq 0.6 \\ 0.2x_1 + 0.1x_2 \geq 1.6 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

**حل التمرين الثاني: 8.5 نقطة**

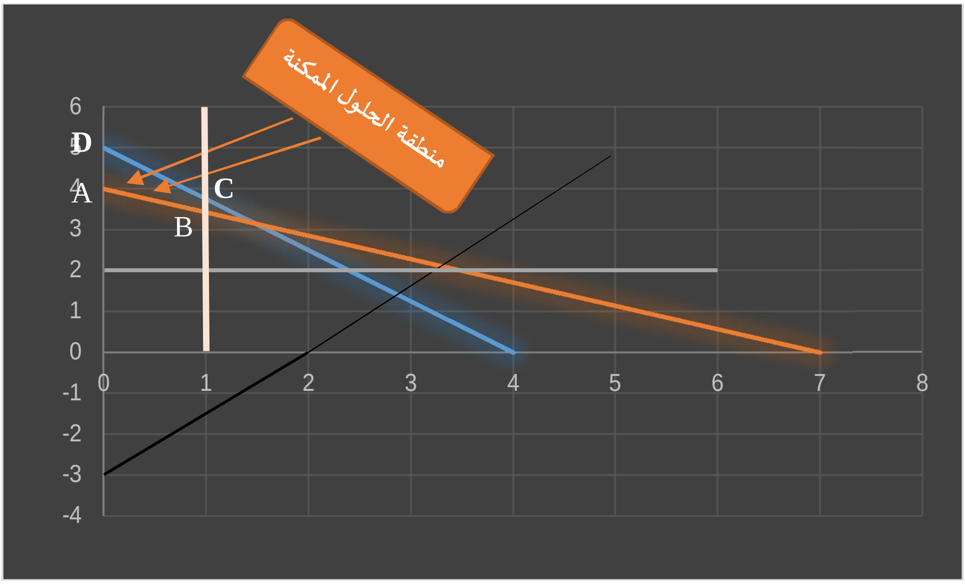
1. **إيجاد منطقة الحلول العملية الممكنة:**

يكون ذلك بتحويل المعادلات إلى متراجحات ثم تعيين النقاط المساعدة ورسم المستقيمات على معلم متعامد ومتجانس وبالتالي الحصول على منطقة الحلول العملية الممكنة.

**النقاط المساعدة: 01 نقطة**

| القيد | قيمة X1 | قيمة X2 |
|---|---|---|
| القيد الأول | 0 | 5 |
| | 4 | 0 |
| القيد الثاني | 0 | 4 |
| | 7 | 0 |
| القيد الرابع | 1 | 0 |
| القيد الثالث | 0 | -3 |
| | 2 | 0 |
| القيد الخامس | 0 | 2 |

التمثيل البياني: 1.5 نقطة




منطقة الحلول العملية الممكنة منحصرة في المضلع ABCD

- تعيين احداثيات نقاط التقاطع: كل نقطة بـ: 02 **نقطة**

| النقطة | التقاطع | احداثيات النقاط |
|---|---|---|
| A | تقاطع المستقيم 2 مع محور التراتيب | (0,4) |
| B | تقاطع المستقيم 2 مع المستقيم 4 | (1.24/7) |
| C | تقاطع المستقيم 1 مع المستقيم 4 | (1 , 15/4) |
| D | تقاطع المستقيم 1 مع محور التراتيب | (0 ,5) |

2. ما هي إحداثيات نقطة الحل الأمثل لهذا البرنامج على فرض أن دالة الهدف تكتب بالشكل التالي:

$$Max\ Z = 4X_1 + X_2$$

بالتعويض عن احداثيات نقاط التقاطع نجد: 01 **نقطة**

| النقطة | احداثيات النقاط | قيمة دالة الهدف |
|---|---|---|
| A | (0,4) | Z= 00 |
| B | (1.24/7) | Z= 7.42 |
| C | (1 , 15/4) | Z= 7.5 |

| | | |
|---|---|---|
| Z= 5 | (0 , 5) | D |

**ومنه نقطة الحل الأمثل هي النقطة C التي تعطينا أكبر قيمة لدالة الهدف 0.5 نقطة**

**3.** طبيعة القيود: الأول، الثالث والرابع. **0.5 نقطة لكل مورد**

**المورد الأول:** نادر لأنه يمر بركن الحل الامثل

**المورد الثالث:** متوفر لأنه يشكل منطقة الحلول العملية الممكنة ولا يمر بركن الحل الامثل

**المورد الأول:** نادر لأنه يمر بركن الحل الأمثل.

**4.** في حالة الاستغناء عن القيد الثالث هل تتأثر منطقة الحلول العملية الممكنة؟ **01 نقطة**

لا تتأثر منطقة الحلول العملية الممكنة عند الاستغناء عن القيد الثالث لأنه أساسا لا يكونها

**<u>حل التمرين الثالث: 07 نقطة</u>**

أيجاد الحل الأمثل لهذا البرنامج باستخدام طريقة السمبلكس (Simplexe).

**أولا: الصيغة القياسية للبرنامج والحل الأساسي الأولي 01 نقطة**

$$\text{Min } W = 50x_1 + 60x_2 + 0S_2 + MA_1 + MA_2$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + A_1 = 1000 \\ x_1 - S_2 + A_2 = 150 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, S_1 \geq 0, A_1 \geq 0, A_2 \geq 0 \end{cases}$$

**الحل الأساسي الأولي:** X1=0, X2=0, S1=0, A1=1000 , A2=150

**جدول السمبلكس الأول: 1.5 نقطة**

| عمود الأساس | $c_j$ | 50 | 60 | 0 | M | M | الحل |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_b$ | متغيرات الحل | $X_1$ | $X_2$ | $S_2$ | $A_1$ | $A_2$ | |
| M | $A_1$ | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1000 |
| M | $A_2$ | 1 | 0 | -1 | 0 | 1 | 150 |
| $Z_j$ | | 2M | M | -M | M | M | *W=1150M* |
| $C_j$-$Z_j$ | | 50-2M | 60-M | M | 0 | 0 | |

**نلاحظ أن الجدول لا يتضمن حلا مثاليا لأن هناك قيما في السطر $C_j$-$Z_j$ سالبة**

**تحسين الحل:** المتغيرة التي تدخل الأساس هي X1 والمتغيرة التي تخرج من الأساس هي: A2 **0.5 نقطة**

**جدول السمبلكس الثاني: 1.5 نقطة**

| عمود الأساس | $c_j$ | 50 | 60 | 0 | M | M | الحل |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_b$ | متغيرات الحل | $X_1$ | $X_2$ | $S_2$ | $A_1$ | $A_2$ | |
| M | $A_1$ | 0 | 1 | 1 | 1 | -1 | 850 |
| 50 | $X_1$ | 1 | 0 | -1 | 0 | 1 | 150 |
| $Z_j$ | | 50 | M | M-50 | M | -M | *W=7500-850M* |
| $C_j$-$Z_j$ | | 0 | 60-M | -M+50 | 0 | 2M | |

**الحل هو:** X1=150, X2=0, S2=0, A1=850, A2=0 **وهو حل غير مثالي**

**تحسين الحل:** المتغيرة التي تدخل الأساس هي S2 والمتغيرة التي تخرج هي A1. 0.5 نقطة

**جدول السمبلكس الثالث: 1.5 نقطة**

| عمود الأساس | $c_j$ | 50 | 60 | 0 | M | M | الحل |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_b$ | متغيرات الحل | $X_1$ | $X_2$ | $S_2$ | $A_1$ | $A_2$ | |
| 0 | $S_2$ | 0 | 1 | 1 | 1 | -1 | 850 |
| 50 | $X_1$ | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1000 |
| $Z_j$ | | 50 | 50 | 0 | M | -M | *W=50000* |
| $C_j$-$Z_j$ | | 0 | 0 | 0 | 0 | 2M | |

**الحل هو:** X1=1000, X2=0 **وهو يعطينا ادنى قيمة لدالة الهدف. وبالتالي فهو حل مثالي.** 0.5 **نقطة**