جامعة العربي بن مهيدي – أم البواقي–
كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير
قسم العلوم التجارية

السنة الجامعية: 2023 – 2024
المستوى: الثانية علوم تجارية
المدة: ساعة ونصف

يوم: 2024/05/21

امتحان الدورة العادية في مقياس الإحصاء 4

التمرين الأول: (06 نقاط)

أخذت عينة عشوائية حجمها 400 من مجتمع حجمه 8000 حيث نسبة النجاح فيه 0,6، فإذا كانت نسبة النجاح في العينة $\overline{P}$ فأوجد الاحتمال التالي:

$$P\ (\ 0,5 < \overline{P} < 0,72\ )$$

التمرين الثاني: (08 نقاط)

تبين في إحدى التجارب البيئية، أن متوسط المواد الملوثة المنبعثة من بنزين السيارات يساوي 2.73 ميكرو غرام لكل متر مكعب، بانحراف معياري يساوي 0.48 ميكرو غرام وذلك من عينة حجمها 09 ، وبافتراض أن المجتمع الذي أخذت منه العينة يتوزع طبيعيا .

المطلوب:

1- أحسب حدود الثقة لمتوسط المجتمع عند المستوى 95% ، وكذا طول ونصف فترة الثقة.

2- أحسب الحد الأقصى للخطأ في تقدير متوسط المجتمع عند مستوى الثقة 99% ، وكذا الخطأ المعياري وطول فترة الثقة.

التمرين الثالث: (06 نقاط)

يعتقد أحد الباحثين أن الوسط الحسابي في مجتمع ما والذي كان يساوي 180 قد تغير الآن، ومن أجل اختبار ذلك قام بسحب عينة عشوائية مكونة من 81 عنصرا، فوجد أن وسطها الحسابي 170 وانحرافها المعياري 25.

المطلوب: اختبر مدى صحة اعتقاد الباحث، وهذا عند مستوى الدلالة 0,01 .

د. حمبلي زهير

بالتوفيق

جامعة العربي بن مهيدي – أم البواقي –
كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير
قسم العلوم التجارية

السنة الجامعية: 2023 - 2024
المستوى: الثانية علوم تجارية
المدة: ساعة ونصف

2024/05/21 :م.م

الإجابة النموذجية لامتحان الدورة العادية في مقياس الإحصاء 4

	التمرين الأول	النقاط
01	لدينا المعطيات التالية:	
	$N=8000 \quad n=400 \quad p=0,6$	01
	لإيجاد الاحتمال السابق يجب أولا تحديد إمكانية استعمال معامل التصحيح أم لا، وذلك لكون حجم المجتمع معلوم، وكذلك المتغير العشوائي المستعمل هنا هو $\bar{Z}$ وذلك لأن الاحتمال الذي نبحث عنه هو احتمال نسبة مهما كان حجم العينة.	0,5
	التأكد من الشرط: $n \geq 0,05\,N$ ومنه $400 \geq 0,05 \cdot 8000$ ومنه $400=400$	0,5
	الشرط محقق وبالتالي نستعمل معامل التصحيح: $\frac{N-n}{N-1}$ والمجتمع هنا محدود والسحب بدون إرجاع.	0,5
	كذلك $n\,p \geq 5$ et $n\,q \geq 5$	0,5
	$400 \times 0,6 \geq 5$ et $400 \times 0,4 \geq 5$	
	$240 \geq 5$ et $160 \geq 5$ محققة وبالتالي هو توزيع طبيعي	
	لدينا $Z=\frac{\bar{p}-\mu_{\bar{p}}}{\sqrt{\sigma^2_{\bar{p}}}}$ حيث $\sigma^2_{\bar{p}}=\frac{Pq}{n}\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$ / $\sigma^2_{\bar{p}}=\frac{0.6\,0.4}{400}\left(\frac{8000-400}{8000-1}\right)=0.00058$	0,5
	باعتبار: $q=1-p$ ومنه $q=0,4$	

وعليه نستطيع التعبير عن الاحتمال المطلوب كما يلي

$$P(0.5 \leq p \leq 0.72) = P(z_1 \leq Z \leq z_2)$$

حيث

$$z_1 = \frac{p_1 - p}{\sqrt{\sigma_p^2}} = \frac{0.5 - 0.6}{\sqrt{0.00058}} = -4,16$$

$$z_2 = \frac{p_2 - p}{\sqrt{\sigma_p^2}} = \frac{0.72 - 0.6}{\sqrt{0.00058}} = 5$$

إذن :

$$\begin{aligned} P(0.5 \leq p \leq 0.72) &= P(-4,16 \leq Z \leq 5) \\ &= p(Z \leq 5) - p(Z \leq -4.16) \\ &- p(Z \leq 5) \quad (1 - p(Z \leq -4.16)) \\ &- p(Z \leq 5) - (1 - p(Z \leq +4.16)) \\ &= 1 \quad - (1 - \quad 1 \quad) \\ &= 1 \quad - 1 + 1 \\ &= 1 \end{aligned}$$

وعليه يكون الإحتمال المطلوب حسابه هو:

$$P(0.5 \leq p \leq 0.72) = P(-4,16 \leq Z \leq 5) = 1$$

06	المجموع

النقاط	التمرين الثاني
	$\bar{X} = 2.73$, $S = 0,48$, $n = 09$
	1. إيجاد حدود الثقة لمتوسط المجتمع عند مستوى الثقة 95% .
	نلاحظ أن حجم العينة صغير وتباين المجتمع مجهول فان فترة الثقة المطلوبة تأخذ الشكل التالي :
	$\bar{X} + t(\alpha 2, -t(\alpha 2).Sn, \upsilon).Sn \leq \mu \leq \upsilon).Sn, \upsilon)$
	بما أن : $1-\alpha = 0.95$ فان : $\frac{\alpha}{2} = 0.025$
	ومن جدول توزيع t بدرجات حرية 8 الوارد في الجدول نجد أن :
	$t_{(0.025,8)} = 2.306$
	إذن فترة ثقة 95% لمتوسط المجتمع هي:
	$2,36 \leq \mu \leq 3,1$

0.5	ومن هنا نستنتج أن متوسط المجتمع يتراوح بين 2.36 و 3.1 وهذا بدرجة ثقة 95% .	
1	-طول فترة الثقة= الحد الأعلى – الحد الأدنى = 3,1 -2,36 =0,74	0.5 0.5
1	-نصف فترة الثقة= فترة الثقة / 2 = 0,74 / 2 =0,37	0.5 0.5
1	2. حساب الحد الأقصى للخطأ في تقدير متوسط المجتمع عند مستوى الثقة 99% . $t_{(\frac{\alpha}{2},\upsilon)} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} = t_{(0.005,8)} \cdot \frac{0.48}{\sqrt{9}} = 3.355 . \frac{0.48}{3} = 0.54$ وهذا أقصى خطأ ممكن في تقدير متوسط المجتمع μ.	0.5 0.5
1	-الخطأ المعياري= $\frac{S}{\sqrt{n}}$ = 0,48/3 =0,16	0.5 0.5
1	-طول فترة الثقة= الخطأ في التقدير في 2 = 0,54 في 2 = 1,08	0.5 0.5
08	المجموع	

	التمرين الثالث	
1	$\mu_0 = 180 , S = 25 , n = 81 , \overline{x} = 170$	
1	نريد اختبار ما يلي : $H_0 : \mu = 180$ $H_1 : \mu \neq 180$ $\alpha = 0.01$	
0.5	بما أن تباين المجتمع مجهول فإن إحصاء الاختبار في هذه الحالة هو الإحصاء Z وهذا لكون حجم العينة كبير بدرجة كافية أكبر من 30.	01
0.5	وكون حجم المجتمع مجهول N فنفرض أن الشرط غير محقق وبالتالي لا نستعمل معامل التصحيح.	
0.5	وبما أن الفرضية البديلة لا تحدد اتجاها واحدا ، فان الاختبار المناسب هو ذو طرفين ، والقيم الحرجة تكون:	
0.5	$z_{\alpha/2} = z_{0.005} = 2.58$ ، $-z_{\alpha/2} = -z_{0.005} = -2.58$	
	نرفض H_0 عند مستوى الدلالة 0.01 إذا كان : $Z > 2.58$ المحسوبة أو $Z < -2.58$ المحسوبة	
	-μ0sn	

01	أي : $Z = \frac{170-180}{25/\sqrt{81}} = -3.6$	
01	بما أن $Z < -2.58$ فإننا نرفض الفرضية الصفرية ونقبل الفرضية البديلة ، أي أن اعتقاد الباحث صحيحا عند مستوى الدلالة 0.01 .	
06	المجموع	

انتهى