جامعة العربي بن مهيدي – أم البواقي-
كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير
قسم الجذع المشترك

السنة الجامعية: 2023 - 2024
المستوى: سنة أولى جذع مشترك -ديون
التخصص:/

يوم:2024/05/07

امتحان الدورة العادية في مقياس الاقتصاد الجزئي2

السؤال النظري: (06 نقاط)

أثبت رياضيا أن العلاقة بين الانتاجيات والتكاليف علاقة عكسية بالتطبيق على التكلفة الحدية (Cm) والتكلفة المتوسطة المتغيرة (CVM).

التمرين الأول: (08 نقاط)

تأخذ دالة الإنتاج لإحدى المؤسسات الشكل الموالي : $\varphi = AK^{\alpha} L^{1-\alpha}$

حيث L و K هما عنصري العمل و رأس المال على التوالي، و A> 0

المطلوب:

1- أثبت أن α و $(1-\alpha)$ على التوالي تمثل مرونة الإنتاج بالنسبة لعنصري رأس المال والعمل.

2- بيّن أن المسار الأمثل للتوسع أو التطور يأخذ الشكل الموالي :

$$K = \frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{P_L}{P_K}L$$

3- أوجد دوال الطلب على رأس المال والعمل التي تعظم الإنتاج، إذا علمت أن غلة الحجم ثابتة وأن مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل EL=1/2 .

التمرين الثاني: (06 نقاط)

إذا أعطي لك الجدول الآتي و الذي يبين إنتاج إحدى المؤسسات مع تكاليفها على المدى القصير.

Q	CT	CF	CV	CTM	CVM	Cm
0	**50**	**50**	**0**	–	–	–
1	**75**					
2			**45**			
3	**111**					
4			**75**			
5	**145**					
6						**35**

المطلوب: أكمل بيانات الجدول.

بالتوفيق

جامعة العربي بن مهيدي – أم البواقي-
كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير
قسم الجذع المشترك

السنة الجامعية: 2023 - 2024
المستوى: سنة أولى جذع مشترك
التخصص: /
المدة: ساعة ونصف

الإجابة النموذجية لامتحان الدورة العادية في مقياس الاقتصاد الجزئي2

	السؤال النظري	العلامة
1	إثبات العلاقة العكسية بين الانتاجيات والتكلفة الحدية (Cm): لدينا: $CT = CV + CF$ $Cm = \frac{\partial CT}{\partial Q} = \frac{\partial (CV + CF)}{\partial Q} = \frac{\partial CV}{\partial Q}$ $Cm = \frac{\partial (L P_L)}{\partial Q} = P_L \frac{\partial L}{\partial Q}$ وبما أن: $Pm_L = \frac{\partial Q}{\partial L}$ وبالتالي تصبح: $Cm = \frac{P_L}{Pm_L}$	03
	إثبات العلاقة العكسية بين الانتاجيات والتكلفة المتوسطة المتغيرة (CVM): لدينا: $CVM = \frac{}{Q} = \frac{L P_L}{Q}$ حيث: $PM_L = \frac{Q}{L}$ وبالتالي تصبح: $CVM = \frac{P_L}{PM_L}$	03
	نلاحظ من خلال العلاقات الرياضية النهائية (المتوصل إليها)، أن الانتاجيات في المقام وبالتالي كلما ارتفعت انخفض الحاصل ، التكاليف والعكس، وفي ذلك تأكيد للعلاقة العكسية بينهما.	
المجموع		6

	لتمرين الأول	النقاط
1	إثبات أن α وβ على التوالي تمثل مرونة الإنتاج بالنسبة لعنصري رأس المال والعمل: $E_K=(dQ/dK)(K/Q)$ **(ن0.50)** $dQ/dK)(K/Q)= (\alpha aK^{(\alpha-1)}L^{1-\alpha})(K/aK^{\alpha}L^{1-\alpha})=\alpha$ **(ن0.50)** $E_L=(dQ/dL)(L/Q)$ **(ن0.50)** $E_L=(dQ/dL)(L/Q)=[(1-\alpha)aK^{\alpha}L^{(-\alpha)})(L/aK^{\alpha}L^{1-\alpha})]=1-\alpha$ **(ن0.50)**	2

بالتوفيق

2	إثبات أن المسار الأمثل للتوسع، يأخذ الشكل الموالي : $$K = \frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{P_L}{P_K}L$$ انطلاقا من شرط التوازن : $\frac{pml}{pmk} = \frac{P_L}{P_K}$ $Pml = \frac{\delta\varphi}{\delta L} \longrightarrow Pml = A(1-\alpha)L^{-\alpha}K^{\alpha}$ $Pml = \frac{\delta\varphi}{\delta K} \longrightarrow PmK = A(\alpha)L^{1-\alpha}K^{\alpha-1}$ (1.5ن) $\frac{A(1-\alpha)L^{-\alpha}K^{\alpha}}{A(\alpha)L^{1-\alpha}K^{\alpha-1}} = \frac{P_L}{P_K} \longrightarrow \frac{(1-\alpha)L^{-\alpha}L^{-1+\alpha}}{(\alpha)K^{\alpha-1}K^{-\alpha}} = \frac{P_L}{P_K} \longrightarrow \frac{(1-\alpha)L^{-1}}{(\alpha)K^{-1}} = \frac{P_L}{P_K}$ $\frac{(1-\alpha)K}{(\alpha)L} = \frac{P_L}{P_K} \longrightarrow K = \frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{P_L}{P_K}L$ (1.5ن)	3
3	إيجاد دوال الطلب على رأس المال والعمل التي تعظم الإنتاج، إذا كانت غلة الحجم ثابتة ومرونة الإنتاج بالنسبة للعمل E_L=1/2 : غلة الحجم ثابتة هذا يعني أن دالة الإنتاج متجانسة من الدرجة الأولى ، *وعليه:* α+β=1 .....(1) **(0.25ن)** E_L=1/2 →β=1/2 .....(2)**(0.25ن)** بتعويض (2) في (1) نحصل على قيمة α: α =1/2**(0.25ن)** إذن تصبح دالة الإنتاج كالآتي: $Q=AK^{1/2}L^{1/2}$ **(0.25ن)** لاستخراج دوال الطلب نستخدم طريقة لاغرانج: $L=AK^{1/2}L^{1/2}+\lambda(CT-P_LL-P_KK)$ حساب المشتقات الجزئية من الدرجة الأولى ومساواتها إلى الصفر $L'_L=0 \rightarrow \beta AK^{1/2}L^{-1/2}-\lambda P_L=0 \rightarrow \beta K^{1/2}L^{-1/2}=\lambda P_L$.....(1)**(0.25ن)** $L'_K=0 \rightarrow \alpha AK^{-1/2}L^{1/2}-\lambda P_K=0 \rightarrow \alpha K^{-1/2}L^{1/2}=\lambda P_K$.....(2)**(0.25ن)** $L'_\lambda=0 \rightarrow CT-P_LL-P_KK=0 \rightarrow CT=P_LL+P_KK$.....(3)**(0.25ن)**	3

بالتوفيق

بقسمة (1) على (2) نحصل على:

$$K/L=P_L/P_K$$

وعليه: $K=L(P_L/P_K)$.....(4)

بتعويض المعادلة (4) في (3) نحصل على:

$$CT=P_LL+P_K\,L(P_L/P_K) \Rightarrow CT=2P_LL$$ **(0.25ن)**

إذن:

$$L^*=CT/2\,P_L$$ **(0.50ن)**

$$K^*=CT/2\,P_K$$ **(0.50ن)**

المجموع | **8**

لتمرين الثالث — النقاط

1

Q	CT	CF	CV	CTM	CVM	Cm
0	**50**	**50**	**0**	–	–	–
1	**75**	**50**	**25**	**75**	**25**	**25**
2	**95**	**50**	**45**	**47,5**	**22,5**	**20**
3	**111**	**50**	**61**	**37**	**20,33**	**16**
4	**125**	**50**	**75**	**31,25**	**18,75**	**14**
5	**145**	**50**	**95**	**29**	**19**	**20**
6	**180**	**50**	**130**	**30**	**21,66**	**35**

1ن لكل سطر أو عمود

المجموع | 6

بالتوفيق