التصحيح النموذج في مقياس النمذجة الإحصائية

التمرين الأول 10 نقاط

ليكن النموذج المتعدد الموالي ذو المتغير التابع y_t والمتغيرات المستقلة X_{t1} وX_{t2} خلال 5 سنوات فقط:

السنة	Y_t	X_{t1}	X_{t2}
1	8	3	5
2	1	1	4
3	8	5	6
4	3	2	4
5	5	4	6

1- كتابة النموذج بالشكل مصفوفي. 2 نقطة

$$\underset{Y}{\begin{pmatrix}8\\1\\8\\3\\5\end{pmatrix}}=\underset{X}{\begin{pmatrix}1&3&5\\1&1&4\\1&5&6\\1&2&4\\1&4&5\end{pmatrix}}\underset{\beta}{\begin{pmatrix}\beta_0\\\beta_1\\\beta_2\end{pmatrix}}+\underset{u}{\begin{pmatrix}u_1\\u_2\\u_3\\u_4\\u_5\end{pmatrix}}$$

2- بعد تقدير النموذج معلمات النموذج $\hat{\beta}$ تم الحصول على النتائج التالية:

$$\hat{\beta}=\begin{bmatrix}\beta_0\\\beta_1\\\beta_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5\\2.5\\-1.5\end{bmatrix}$$

- كتابة معادلة النموذج. 2 نقطة

$$Y_i=5+2.5X_{1i}-1.5X_{2i}+e_i,\quad i=1,2,3,4,5$$

3- لديك المعطيات التالية

$$\sum ei^2=11.5 \qquad ،\left(X^{;}X\right)^{-1}=\begin{pmatrix}26.7&4.5&-8\\4.5&1&-1.5\\-8&-1.5&2.5\end{pmatrix}$$

- أحسب δ_{ei}^2 : 0.5 نقطة

$$\hat{\sigma}_u^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} \hat{u}_i^2}{n-k-1} \qquad \hat{\sigma}_u^2 = \frac{11.5}{5-2-1} = \frac{11.5}{2} = 5.75$$

- حساب مقدر التباين $\text{Var}(\beta_i)$ والانحراف المعياري δ_β 0.5 نقطة

$$\hat{\Omega}_{\hat{\beta}} = \hat{\sigma}_u^2 (XX)^{-1} = \begin{pmatrix} \hat{\sigma}^2_{\hat{\beta}_0} & Cov(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1) & Cov(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_2) \\ Cov(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_0) & \hat{\sigma}^2_{\hat{\beta}_1} & Cov(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) \\ Cov(\hat{\beta}_2, \hat{\beta}_0) & Cov(\hat{\beta}_2, \hat{\beta}_1) & \hat{\sigma}^2_{\hat{\beta}_2} \end{pmatrix}$$

$$\hat{\Omega}_{\hat{\beta}} = 5.75 \begin{pmatrix} 26.7 & 4.5 & -8 \\ 4.5 & 1 & -1.5 \\ -8 & -1.5 & 2.5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 153.5 & 25.8 & -46 \\ 25.87 & 5.75 & -8.6 \\ -46 & -8.6 & 14.3 \end{pmatrix}$$

- اختبر المعنوية الجزئية $t_c(\beta_1)$ و$t_c(\beta_2)$ عند مستوى معنوية 0.05 علما أن $t_t = 4.3$ 1 نقطة

$$t_c = \frac{\hat{\beta}_j}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_j}} \rightarrow t_{n-k-1} \quad \forall j = 0,1,\ldots,k$$

$$t_c = \frac{|\hat{\beta}_1|}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_1}} = \frac{2.5}{\sqrt{5.75}} = 1.04$$

$t_c = 1.04 < t_{2,0.975} = 4.30$ ، (2) ودرجة حرية (5 %) نلاحظ أنه عند مستوى معنوية
وبالتالي نقبل الفرضية H_0 ونرفض الفرضية H_1 وهو ما يعني أن المعلم β_1 غير معنوي في النموذج.

$$t_c = \frac{|\hat{\beta}_2|}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_2}} = \frac{|-1.5|}{\sqrt{14.3}} = 0.39$$

نلاحظ أنه عند مستوى معنوية (%5) ودرجة حرية (2) وبالتالي $t_c = 0.39 < t_{2,0.975} = 4.30$
نقبل الفرضية H_0 ونرفض الفرضية H_1 ، وهو ما يعني أن المعلم β_1 غير معنوي في النموذج.

4- حساب معامل التحديد R^2 علما أن TSS= 38 ; RSS = 11.5 ; ESS=26.5 2نقطة

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})^2} = \frac{26.5}{38} = 0.697$$

تفسير: تبلغ قيمة معامل R^2=0.697 مما يعني أن المتغيرات المستقلة (X) تفسر 69.7 % من التغير في المتغير التابع (Y)

5- اختبار المعنوية الكلية (فيشر) F_c عند مستوى معنوية 0.05 علما أن $F_t = 19$ 2نقطة

$$F_c = \frac{ESS/q}{RSS/(n-k-1)} = \frac{R^2/q}{(1-R^2)/(n-k-1)} \rightarrow F_{(q,n-k-1),\alpha}$$

$$F_c = \frac{ESS/q}{RSS/(n-k-1)} = \frac{26.5/2}{11.5/2} = 2.3$$

النموذج غير معنوي

التمرين الثاني 10 نقاط

لديك مجموعة من الجداول تمثل مخرجات برنامج eviews، اعتمادا عليها أجب عن **الأسئلة التالية:**

1- شرح نوع الاختبار الجدول

2- علق على نتائج الجدول

الجدول: انحدار خطي بسيط 2 نقطة

Dependent Variable: Y
Method: Least Squares
Date: 01/22/24 Time: 04:36
Sample: 1996 2020
Included observations: 25

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
X1	0.408660	0.058252	7.015381	0.0000
C	7.321004	1.829723	4.001155	0.0006

R-squared	0.681509	Mean dependent var	19.75611
Adjusted R-squared	0.667662	S.D. dependent var	3.936116
S.E. of regression	2.269124	Akaike info criterion	4.553283
Sum squared resid	118.4252	Schwarz criterion	4.650793
Log likelihood	-54.91604	Hannan-Quinn criter.	4.580328
F-statistic	49.21557	Durbin-Watson stat	0.846591
Prob(F-statistic)	0.000000		

التعليق:

كتابة المعادلة: 2 نقطة

بالاعتماد على الجدول السابق يمكن كتابة النموذج القياسي على الشكل التالي:

$$y = 0.40 + 7.32X1 + \varepsilon t$$

المعنوية الجزئية: 2 نقطة

- نقبل الإشارة الموجبة لمعلمة المتغير X1، (prob=0.00) اقل من 0.05 والتي تدل على وجود علاقة طردية بينه وبين المتغير التابع Y. بحيث إذا زاد المتغير X1 بوحدة واحدة فإن المتغير التابع يزيد تقريبا ب7.32.
- معنوية الحد الثابت (prob=0.00) اقل من 0.05.

المعنوية الكلية: 2 نقطة

- نلاحظ من إحصائية فيشر أن النموذج ككل معنوي ومقبول (prob=0.000) اقل من 0.05..

معامل التحديد2 نقطة

- معامل التحديد و الذي يساوي إلى R^2=0.68، يدل على أن القدرة التفسيرية لمعادلة الانحدار قوي. أي أن المتغيرات المستقلة يفسر 68% من تغير المتغير التابع، اما باقي النسبة فهي متغيرات لم تدرج فالنموذج.

بالتوفيق