جامعة العربي بن مهيدي – أم البواقي–
كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير
قسم العلوم التجارية

السنة الجامعية: 2023 – 2024
المستوى: الثانية علوم تجارية
المدة: ساعة ونصف

يوم: 2024/01/22

إمتحان الدورة العادية في مقياس الإحصاء 3

التمرين الأول: (08 نقاط)

إذا كان من المعلوم أن نسبة الشفاء من مرض معين باستخدام نوع معين من العقاقير الطبية هو 0.60 ، إذا تناول هذا العقار 05 مصابين بهذا المرض. فإذا عُرف المتغير العشوائي X بأنه عدد الذين يستجيبون (حالات الشفاء) لهذا العقار.

المطلوب:

1 - ما هو نوع المتغير؟؛
2 - أكتب شكل دالة الاحتمال f(x) لهذا المتغير؟؛
3 - أحسب الاحتمالات التالية:
 أ - ما هو احتمال استجابت 03 مرضى لهذا العقار؟؛
 ب -ما هو احتمال استجابت مريض واحد على الأقل؟؛
 ت -ما هو احتمال استجابة 02 مرضى على الأكثر؟.
4 - أحسب الوسط الحسابي والانحراف المعياري لعدد حالات الاستجابة؟؛
5 - حدد شكل التوزيع؟.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

إذا كان الدخل السنوي للأسرة في أحد المناطق يتبع توزيع طبيعي متوسطه 80 ألف دينار، وتباينه 900.

المطلوب:

1 - كتابة قيمة معالم التوزيع الاحتمالي للدخل السنوي؟؛
2 - كتابة شكل دالة كثافة الاحتمال؟؛
3 - ما هي نسبة دخل الأسر التي يقل دخلها عن 60 ألف دينار؟.

التمرين الثالث: (06 نقاط)

عند حقن شخص بمصل معين، فإنا احتمال أن يعاني من آثار سلبية نتيجة الحقن هو 0.001 ، عند حقن 3000 شخص، فما هو احتمال أن يعاني 04 أشخاص من آثار سلبية، وذلك باستخدام:

1 - التوزيع ذي الحدين؟؛
2 - توزيع بواسون كتقريب لقانون توزيع ذي الحدين؟.

ملاحظة: الجدول الإحصائي Z خلف الورقة.

بالتوفيق/ د. حمبلي زهير

يوم: 2023/01/10

الإجابة النموذجية لامتحان الدورة العادية في مقياس الإحصاء 3

التمرين الأول	النقاط
الحل عدد حالات الاستجابة X متغير كمي متقطع ، ومدى هذا المتغير في هذه الحالة هو: $X:\{x=0,1,2,3,4,5\}$: وان شكل دالة الاحتمال: $n=5$، $p=0.60$، $q=1-p=0.40$ يكون: $f(x)=\binom{n}{x}(p)^x(q)^{n-x}$ $=\binom{5}{x}(0.6)^x(0.4)^{5-x}\quad,\ x=0,1,2,3,4,5$ **حساب الاحتمالات:** • حساب احتمال استجابة 3 مرضى لهذا الدواء: $P(x=3)=f(3)$ $f(3)=\binom{5}{3}(0.6)^3(0.4)^{5-3}=\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}\times0.216\times0.16=10\times0.03456$ $=0.3456$ • حساب احتمال استجابة مريض واحد على الأقل: $P(x\geq1)$: $P(x\geq1)=f(1)+f(2)+f(3)+f(4)+f(5)=1-f(0)$ $=1-\left[\binom{5}{0}(0.6)^0(0.4)^5\right]=1-1\times1\times0.01024=0.98976$ • حساب احتمال استجابة 2 مرضى على الأكثر: $P(x\leq2)$: $P(x\leq2)=f(2)+f(1)+f(0)$	08

$$=\binom{5}{2}(0.6)^2(0.4)^3+\binom{5}{1}(0.6)^1(0.4)^4+\binom{5}{0}(0.6)^0(0.4)^5$$
$$=\frac{5\times4}{2\times1}(0.36)(0.064)+\frac{5}{1}(0.6)(0.0256)+1(1)(0.01024$$
$$=0.2304+0.0768+0.01024=0.31744$$

وحساب الوسط الحسابي، والانحراف المعياري لعدد حالات الاستجابة فان :

الوسط الحسابي (μ) في حالة التوزيع ثنائي الحدين يحسب بتطبيق المعادلة أدناه وباستخدام العمليات الرياضية يمكن الوصول إلى النتيجة التالية:

$$\mu=\sum x\ f(x)=np$$

فان الوسط الحسابي هو:

$$\mu=np=5(0.60)=3$$

أما الانحراف المعياري هو الجذر التربيعي الموجب للتباين، ولحساب التباين في التوزيع ثنائي الحدين يتم تطبيق المعادلة (2-3)، ومنها يمكن التوصل إلى الصورة الآتية:

$$\sigma^2=npq$$

إذاً تباين عدد حالات الاستجابة هو:

$$\sigma^2=npq$$
$$=5(0.60)(0.40)=1.2$$

ومن ثم يأخذ الانحراف المعياري الصورة الآتية:

$$\sigma=\sqrt{npq}$$
$$=\sqrt{1.2}=1.095$$

ويمكن حساب معامل الاختلاف النسبي، بتطبيق المعادلة الآتية:

$$V.C=\frac{\sigma}{\mu}\times100=\frac{1.095}{3}\times100=36.5\%$$

أما شكل التوزيع فيتحدد كما يأتي:

يتحدد شكل التوزيع ثنائي الحدين وفقا لقيمة احتمال النجاح p كما يلي:

إذا كان $p=0.5$ فإن التوزيع الاحتمالي ثنائي الحدين يكون متماثل.

إذا كان $p<0.5$ فإن التوزيع الاحتمالي ثنائي الحدين يكون موجب الالتواء.

إذا كان $p>0.5$ فإن التوزيع الاحتمالي ثنائي الحدين يكون سالب الالتواء.

وحيث أن $p=0.6>0.5$ فإن توزيع عدد حالات الاستجابة سالب الالتواء.

08	المجموع

التمرين الثاني	النقاط

الحل

1. كتابة قيمة معالم التوزيع الاحتمالي للدخل السنوي.

نفرض أن x متغير عشوائي يعبر عن الدخل السنوي بالألف ريال، وهو يتبع التوزيع الطبيعي، ومعالمه هي:

المتوسط $E(x) = \mu = 80$

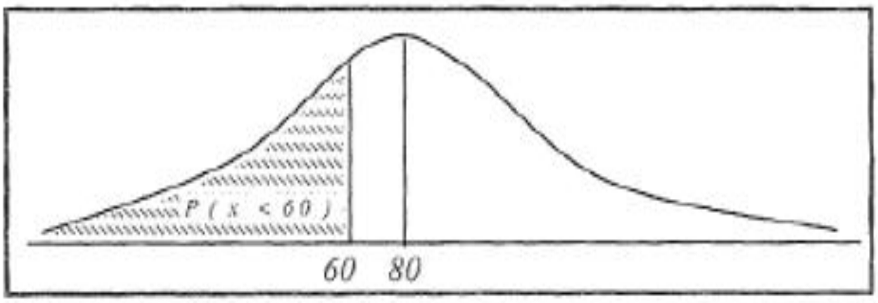
التباين هو: $Var(x) = \sigma^2 = 900$ — 02

أي أن: $x \sim N(80, 900)$

2. شكل دالة كثافة الاحتمال

$$f(x) = \frac{1}{30\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-80}{30}\right)^2} \quad , \; -\infty < x < \infty \;, \; \pi = 22/7$$ — 02

3. نسبة الأسر التي يقل دخلها عن 60 ألف ريال هي: $P(x \prec 60)$ وكما موضحة بالرسم التالي:



ويتبع الخطوات المذكورة سابقا في حساب الاحتمال كما يأتي:

$$P(x < 60) = p\left(z < \frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

$$= P\left(z < \frac{60-80}{30}\right) = P(z < -0.67) = F(-0.67)$$ — 02

وبالكشف مباشرة عن هذه القيمة في جدول التوزيع الطبيعي القياسي، نجد أن:

$$P(x < 60) = P(z < -0.67) = 0.2514$$

المجموع	06

النقاط	التمرين الثالث
03	1/ استخدام توزيع ذي الحدين: نلاحظ أن هذه التجربة الاحتمالية تتبع في الأصل توزيع ثنائي الحد، حيث: $n=3000$، $p=0,001$، $q=0,999$، وعند استخدام قانون ثنائي الحد، حيث الاحتمال المطلوب، هو: $p(X=4)=C_{3000}^{4}\times(0,001)^{4}\times(0,999)^{2996}\approx 0,1681$
03	2/ استخدام توزيع بواسون كتقريب لقانون ذي الحدين: نلاحظ أن شروط التقريب متوفرة، حيث: $p=0,001$ هي قيمة صغيرة جداً، n كبيرة جدا ($n=3000\geq 30$)، $np=3000\times 0,001=3\leq 5$. إذن نستخدم قانون بواسون، حيث $\lambda=np=3$، وبالتالي يكون الاحتمال المطلوب هو: $p(X=x)=\frac{\lambda^{x}.e^{-\lambda}}{x!}\Rightarrow\quad p(X=4)=\frac{3^{4}.e^{-3}}{4!}\approx 0,1680$ ونلاحظ أنه تقريبا نفس نتيجة الاحتمال عند استخدام توزيع ثنائي الحد أو توزيع بواسون.
06	المجموع

انتهى