امتحان الدورة العادية في مقياس التقنيات الكمية في التسيير

التمرين الأول: نظرية صفوف الانتظار (06 نقاط)

في أحد المصانع يوجد 05 مخازن لتجهيز العمال بالأجهزة الضرورية لإنجاز عملهم، ويقدر معدل وصول العمال بـ 20 عامل في الساعة في المتوسط و معدل تقديم الخدمة 40 عامل في الساعة في المتوسط، علما أن الخدمة تقدم لهم بـ 40 دينار عن كل ساعة عمل، كما يتقاضى أمناء المخازن أجرا قدره 20 دينار عن الساعة الواحدة، وان عدد ساعات العمل في المصنع هي 10 ساعات، **والمطلوب:** حدد ما يلي:

1- احتمال أن تكون المخازن مشغولة؟
2- نسبة الوقت الضائع الغير مستغل في المخازن؟
3- متوسط عدد العمال في صف الانتظار؟
4- متوسط عدد العمال المتوقع في النظام؟
5- متوسط وقت الانتظار للعمال المتوقع في صف الانتظار؟
6- متوسط وقت الانتظار للعمال المتوقع في النظام؟

ملاحظة: قيمة (P_0) من جداول صفوف الانتظار بأكثر من مركز خدمة هي $(P_0 = 0.6065)$

التمرين الثاني: نظرية الألعاب (06 نقاط)

لتكن المصفوفة المبينة في الجدول التالي لإحدى المباريات بين لاعبين A و B :

المطلوب: هل المباراة مستقرة؟ وهل يمكن تطبيق أسلوب الهيمنة على هذه المباراة؟ حل المباراة بالطريقة المناسبة وتعيين الفائز ونتيجتها والاستراتيجيات المثلى لكلا اللاعبين.؟

		اللاعب B		
		Q_1	Q_2	Q_3
اللاعب A	P_1	20	10	-2
	P_2	40	20	15
	P_3	45	17	20

التمرين الثالث: البرمجة الخطية وتحليل الحساسية (08 نقاط)

$$Max(Z) = 8X_1 + 6X_2$$

S.T

$$\begin{cases} 4X_1 + 2X_2 \leq 60 \\ 2X_1 + 4X_2 \leq 48 \\ (X_1، X_2) \geq 0 \end{cases}$$

ليكن النموذج الأصلي (الأولي Primal) لدالة الهدف لأحدى المؤسسات كما يلي:

إذا كان جدول الحل الأمثل (النهائي) للنموذج الأصلي معطى بالجدول أسفله:

1- بفرض أن معامل X_1 زاد بقيمة $(8+\alpha_1)$ أوجد المجال الذي يبق فيه الحل امثلي؟
2- بفرض أن معامل X_2 زاد بقيمة $(6+\alpha_2)$ أوجد المجال الذي يبق فيه الحل امثلي؟
3- بفرض أن قيمة المعامل الثابت (b_i) في القيد الاول زاد بمقدار $(60+\beta_1)$
4- بفرض أن قيمة المعامل الثابت (b_i) في القيد الثاني زاد بمقدار $(48+\beta_2)$
5- أوجد الشكل المرافق (الثنائي **Dual**) لهذه الدالة (النموذج)؟
6- من خلال جدول الحل الأمثل للنموذج (الأولي Primal) استنتج قيم الحل الامثل للنموذج (الثنائي **Dual**) وتحقق من صحتها؟

		8	6	0	0	
BC	BV	X_1	X_2	S_1	S_2	RHS
8	X_1	1	0	1/3	-1/6	12
6	X_2	0	1	-1/6	1/3	6
	Z_J	8	6	5/3	2/3	132
	C_J-Z_J	0	0	-5/3	-2/3	

جامعة العربي بن مهيدي – أم البواقي–
كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير
قسم: علوم التسيير

السنة الجامعية: 2022 - 2023
المستوى: أولى ماستر تخصص أدارة أعمال
المادة: التقنيات الكمية في التسيير
التاريخ: 2023/05/21

حل امتحان الدورة العادية في مقياس التقنيات الكمية في التسيير

حل التمرين الأول: نظرية صفوف الانتظار (06 نقاط)

1- احتمال أن تكون المخازن مشغولة؟ 0.75

تحسب حسب القانون التالي: $P = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{20}{40} = 0.5$ 0.25

2- حساب نسبة الوقت الضائع في المخازن P_0

بما أن عدد مراكز الخدمة اكبر من 1 فانه يمكن استنتاج قيمة P_0 من الجداول الخاصة به.

0.75 ومن الجدل وحسب الملحق المرفق في الامتحان فان قيمة $P_0 = 0.6065$ المقابلة لـ $P = 0.5$

3- متوسط عدد العمال المتوقع في صف الانتظار حسب القانون التالي:

$$L_q = \frac{(p)^s \times \lambda \times \mu \times P_0}{(s-1)! \times (s \times \mu - \lambda)^2}$$ 0.25

$$L_q = \frac{(0.5)^5 \times 20 \times 40 \times 0.6065}{(5-1)! \times (5 \times 40 - 20)^2}$$ 0.25

$$L_q = \frac{0.031125 \times 20 \times 40 \times 0.6065}{24 \times 32400} = \frac{15.1625}{777600} = 0.00002$$ 0.75

لا يوجد عمال في صف الانتظار

4- متوسط عدد العمال المتوقع في النظام حسب القانون التالي:

0.25 $L_s = L_q + P = 0.00002 + 0.5 = 0.50002$. 0.75

متوسط العمال بالزيادة يوجد عامل واحد فقط.

5- متوسط وقت الانتظار للعمال المتوقع في صف الانتظار. 0.25

تحسب حسب القانون التالي: $W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{0.00002}{20} = 0.000001 \times 60 = 0.00006\ min$

6- متوسط وقت الانتظار للعمال المتوقع في النظام. 0.75

حسب القانون: $W_s = W_q + \frac{1}{\mu} = 0.00006 + \frac{1}{40} = 0.02506 X\, 60 = 1.5036\ Min$

0.25 0.75

حل التمرين الثاني: حول نظرية الألعاب (06 نقاط)

إثبات أن المباراة مستقرة من خلال تعيين أقل قيمة في الاسطر أكبر قيمة في الاعمدة والنقطة المشتركة أن وجدت تدل على استقرار المبراة 0.25

0.5

		اللاعب B			
		Q_1	Q_2	Q_3	
اللاعب A	P_1	20	10	-2	-2
	P_2	40	20	15	15
	P_3	45	17	20	17
		45	20	20	لا توجد

لا توجد نقطة سرج ومنه المبراة غير مستقرة.

1- تطبيق طريقة الهيمنة على المباراة

0.5

		اللاعب B		
		Q_1	Q_2	Q_3
اللاعب A	P_1	20	10	-2
	P_2	40	20	15
	P_3	45	17	20

- نلاحظ أن قيم الصف الأول المقابلة للاستراتيجية الأول (P_1) هي أقل من قيم الصفين الأخيرين وبالتالي لا يمكن ان يلعب اللاعب (A) هذه الاستراتيجية ويمكن ان يسقطها من اللعبة وتصبح المصفوفة الجديدة كما يلي:

0.5

		اللاعب B		
		Q_1	Q_2	Q_3
	P_2	40	20	15
	P_3	45	17	20

- نلاحظ أن قيم العمود الأول المقابلة للاستراتيجية الأول (Q_1) هي أكبر من قيم العمودين الأخيرين وبالتالي لا يمكن ان يلعب اللاعب (B) هذه الاستراتيجية ويمكن ان يسقطها من اللعبة وتصبح المصفوفة الجديدة من نوع (2 x 2) كما يلي:

0.25

		اللاعب B	
		Q_2	Q_3
اللعب A	P_2	20	15
	P_3	17	20

ويمكن حلها إحدى الطريقين الجبرية أو الحسابية:

1- **الطريقة الحسابية:** تقوم هذه الطريقة على أساس عدد من الخطوات المتسلسلة وكالاتي:

- اطرح أصغر قيمة في كل صف من أكبر قيمة في ذلك الصف.
- اطرح أصغر قيمة في كل عمود من أكبر قيمة في ذلك عمود.
- بدل مواقع القيم الناتجة من عملية الطرح السابقة، أي ضع باقي طرح الصف الثاني أمام الصف الأول وبالعكس، وكذا الحال مع الأعمدة، علما بان مجموع بواقي طرح الأعمدة يجب أن يساوي مجموع طرح الصفوف دائما.
- ضع إشارة (*) الى جانب بواقي الطرح للصفوف والأعمدة للدلالة على أن عملية تبديل المواقع قد تمت.
- تحديد الجزء الخاص من الوقت الذي سيخصص لكل استراتيجية بقسمة باقي الطرح (بعد تبديل المواقع) على مجموع باقي الطرح، للفهم أكثر نقوم بحل هذا المثال بتطبيق الخطوات المشار اليها سابقا.

	20	15	5	3*	$\frac{3}{8}$
0.25	17	20	3	5*	$\frac{5}{8}$
0.25	3	5			
0.25	5*	3*	0.25	025	0.25
	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{8}$			

ندون القيم في جدول المصفوفة

		الاعب2 Y	
		Q_2 $\left(\frac{5}{8}\right)$	Q_3 $\left(\frac{3}{8}\right)$
اللاعب A	P_2 $\left(\frac{3}{8}\right)$	20	15
	P_3 $\left(\frac{5}{8}\right)$	17	20

حساب قيمة المباراة: 0.25 $\left(\left[\left(\frac{3}{8}\right) \times 20 \times \left(\frac{5}{8}\right) = \frac{300}{64}\right]\right)$ 0.25

$\left(\left[\left(\frac{3}{8}\right) \times (15) \times \left(\frac{3}{8}\right) = \frac{135}{64}\right]\right)$ 0.25

$\left(\left[\left(\frac{5}{8}\right) \times (17) \times \left(\frac{5}{8}\right) = \frac{425}{64}\right]\right)$ 0.25

$\left(\left[\left(\frac{5}{8}\right) \times (20) \times \left(\frac{3}{8}\right) = \frac{300}{64}\right]\right)$ 0.25

ومنـــه نتيجـــة المبـــاراة هـــي $= \frac{145}{8} = \frac{1160}{64} = \left[\frac{(300+135+425+300)}{64}\right] = \left(\frac{300}{64} + \frac{135}{64} + \frac{425}{64} + \frac{300}{64}\right)$

18.125 0.25

بما أن نتيجة المباراة موجبة (18.125) فإن اللاعب A هو الفائز 025 وسيخصص $\left(\frac{3}{8}\right)$025 من وقته للاستراتيجية P_2

وسيخصص $\left(\frac{5}{8}\right)$ 025من قته للاستراتيجية P_3 ، أما اللاعب B الخاسر سيخصص $\left(\frac{5}{8}\right)$ 025من وقته للاستراتيجية Q_2

وسيخصص $\left(\frac{3}{8}\right)$ 025 من قته للاستراتيجية Q_3

الحل بالطريقة الجبرية: بما أن الوقت يقسم إلى قسمين كل جزء منه يخصص لإحدى الاستراتيجيتين فإن هذا يعني أن مجموع النسبتين يساوي 1 025، إذا افترضنا أن الوقت المخصص للعب الاستراتيجية P_1 هو α فإن ما يخصصه للاستراتيجية P_2 هو $(1-\alpha)$كذلك ما يخصصه اللاعب Y للعب الاستراتيجية Q_1 هو β فإن ما يخصصه للاستراتيجية Q_2 هو $(1-\beta)$ 025

		الاعب2 Y	
		Q_2 $\left(\frac{5}{8}\right)$ 025	Q_3 $\left(\frac{3}{8}\right)$025
اللعب A	P_2 $\left(\frac{3}{8}\right)$ 025	20	15
	P_3 $\left(\frac{5}{8}\right)$ 025	17	20

$$20\alpha + 17(1-\alpha) = 15\alpha + 20(1-\alpha) \rightarrow 0.25\ \alpha = \frac{3}{8} \rightarrow (1-\alpha)0.25 = \frac{5}{8}$$

$$20\beta + 15(1-\beta) = 17\beta + 20(1-\beta) \rightarrow \beta 0.25 = \frac{5}{8} \rightarrow (1-\beta)0.25 = \frac{3}{8}$$

حساب قيمة المباراة: 0.25 $\left(\left[\left(\frac{3}{8}\right) \times 20 \times \left(\frac{5}{8}\right) = \frac{300}{64}\right]\right)$ 0.25

$\left(\left[\left(\frac{3}{8}\right) \times (15) \times \left(\frac{3}{8}\right) = \frac{135}{64}\right]\right)$ 0.25

$\left(\left[\left(\frac{5}{8}\right) \times (17) \times \left(\frac{5}{8}\right) = \frac{425}{64}\right]\right)$ 0.25

$\left(\left[\left(\frac{5}{8}\right) \times (20) \times \left(\frac{3}{8}\right) = \frac{300}{64}\right]\right)$ 0.25

ومنه نتيجة المباراة هي $= \frac{145}{8} = \frac{1160}{64} = \left[\frac{(300+135+425+300)}{64}\right] = \left(\frac{300}{64} + \frac{135}{64} + \frac{425}{64} + \frac{300}{64}\right)$

18.125 0.25

بما أن نتيجة المباراة موجبة (18.125) فإن اللاعب A هو الفائز 025 (وسيخصص $\left(\frac{3}{8}\right)$ من وقته للاستراتيجية P_2

وسيخصص $\left(\frac{5}{8}\right)$ من قته للاستراتيجية P_3 ، أما اللاعب B الخاسر سيخصص $\left(\frac{5}{8}\right)$ من وقته للاستراتيجية Q_2

وسيخصص $\left(\frac{3}{8}\right)$ من قته للاستراتيجية Q_3) (025)

حل التمرين الثالث: البرمجة الخطية وتحليل الحساسية

1- عندما تتغير احد معاملات دالة الهدف مثلا معامل X_1 زاد بقيمة $(8+\alpha_1)$ وبالتالي نعوض هذا المقدر في جدول الحل الأمثل ونعيد نفس الحسابات ونتحصل على الجدول التالي:

		$(8+\alpha_1)$	6	0	0	
BC	BV	X_1	X_2	S_1	S_2	RHS
$(8+\alpha_1)$	X_1	1	0	1/3	-1/6	12
6	X_2	0	1	-1/6	1/3	6
	Z_J	$(8+\alpha_1)$	6	$[-(8+\alpha_1)/3]-6/6$	$[-(8+\alpha_1)/6]+6/3$	$12\alpha_1+132$
0.25	C_J-Z_J	0	0	$-[(5+\alpha_1)/3]$	$[(\alpha_1-4)/6]$	

0.25 0.25

من خلال الجدول نلاحظ أن السطر الأخير الذي يبقى فيه الحل أمثلي ونحن هنا في حالة التدنية (Max) يجب أن تكون قيم السطر الأخير بدلالة المعلمة (α) أقل أو تساوي الصفر. 0.25

$$\begin{cases} -\left[\frac{\alpha_1+5}{3}\right] \le 0 \to \alpha_1 \ge -5 \\ \left[\frac{(\alpha_1-4)}{6}\right] \le 0 \to \alpha_1 \le 4 \end{cases}$$

0.25 0.25

وهذا يعني أنه اذا كانت التغيرات التي قد تصيب معامل المعلمة X_1 داخل نطاق المجال $[-5 \le (\alpha_1) \le 4]$ الذي تم تحديده باستخدام الحساسية $[3 \le (8+\alpha_1) \le 12]$، فانه لن يكون هناك أي تأثير على الحل الأمثل، أما إذا كانت التغيرات خارج المجال بالزيادة أو النقصان ، فهناك حاجة إلى حل جديد ، ولابد من إعادة البرمجة للمشكلة الخطية المطروحة من جديد. 0.25

2- عندما تتغير احد معاملات دالة الهدف مثلا معامل X_2 زاد بقيمة $(6+\alpha_2)$ وبالتالي نعوض هذا المقدر في جدول الحل الأمثل ونعيد نفس الحسابات ونتحصل على الجدول التالي:

		8	$(6+\alpha_2)$	0	0	
BC	BV	X_1	X_2	S_1	S_2	RHS
8	X_1	1	0	1/3	-1/6	12
$(6+\alpha_2)$	X_2	0	1	-1/6	1/3	6
	Z_J	8	$(6+\alpha_2)$	$8/3-[(6+\alpha_2)/6]$	$[(6+\alpha_2)/3]-8/6$	$6\alpha_2+132$
	C_J-Z_J	0	0	$[(\alpha_2-10)/6]$	$-[(2\alpha_2+4)/6]$	

من خلال الجدول نلاحظ أن السطر الأخير الذي يبقى فيه الحل أمثلي ونحن هنا في حالة التدنية (Max) يجب أن تكون قيم السطر الأخير بدلالة المعلمة (α) أقل أو تساوي الصفر.

$$\begin{cases} \left[\frac{(\alpha_2-10)}{6}\right] \le 0 \to \alpha_2 \le 10 \\ -\left[\frac{(2\alpha_2+4)}{6}\right] \le 0 \to \alpha_2 \ge -2 \end{cases}$$

وهذا يعني أنه اذا كانت التغيرات التي قد تصيب معامل المعلمة X_2 داخل نطاق المجال $[-2 \le (\alpha_2) \le 10]$ الذي تم تحديده باستخدام الحساسية $[4 \le (6+\alpha_2) \le 6]$،فانه لن يكون هناك أي تأثير على الحل الأمثل، أما إذا كانت

التغيرات خارج المجال بالزيادة أو النقصان ، فهناك حاجة إلى حل جديد ، ولابد من إعادة البرمجة للمشكلة الخطية المطروحة من جديد.

3- في حالة تغير قيمة احد الثوابت في عمود المتغيرات الثابتة (b_i) مثلا زاد مقدار القيد الأول بـ $(60+\beta_1)$

يمكن الحصول على المجال الذي يبق فيه الحل امثلي وذلك بطريقتين:

الطريقة الأولى:

- نأخذ القيم الموجودة في عمود المتغيرات الخارجية المقابلة للقيد الأول (b_1) والمتمثل في (S_1) ونضربها في المقدار الذي نريد زيادته (β_1) ثم نضيف القيم المتحصل عليها إلى قيم عمود (b_i) الأخير، ونتحصل على قيم، ويجب أن تكون هذه القيم اكبر من الصفر.

0.25 0.25 0.25 0.25

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{6} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} B_i \\ \beta_1 \\ \beta_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1 \times B_i \\ \frac{1}{3}\beta_1 \\ -\beta_1 \frac{1}{6} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_i \\ 12 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (S_1 \times B_i) + b_i \\ \frac{1}{3}\beta_1 + 12 \\ -\beta_1 \frac{1}{6} + 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{3}\beta_1 + 12\right) \geq 0 \rightarrow \beta_1 \geq -36 & 0.25 \\ \left(-\beta_1 \frac{1}{6} + 6\right) \geq 0 \rightarrow \beta_1 \leq 36 & 0.25 \end{cases}$$

بمقاطعة كل المجالات نتحصل على المجال الرئيسي

0.25

$$-36 \leq \beta_1 \leq 36 \Rightarrow -36 + 60 \leq 60 + \beta_1 \leq 36 + 60 \Rightarrow [24 \leq 60 + \beta_1 \leq 96]$$

وهذا يعني أنه اذا كانت التغيرات التي قد تصيب المعلمة b_1 داخل نطاق المجال بالزيادة أو النقصان الذي تم تحديده $[24 \leq 60 + \beta_1 \leq 96]$ باستخدام الحساسية ،فانه لن يكون هناك أي تأثير على الحل الأمثل، أما إذا كانت التغيرات خارج المجال ، فهناك حاجة إلى حل جديد ، ولابد من إعادة البرمجة للمشكلة الخطية المطروحة من جديد. 0.25

الطريقة الثانية:

- نختار مصفوفة قيم الأعمدة التي تقابل المتغيرات الراكدة في مثالنا هذا هي S_1 ، S_2 ، ونضربها في مصفوفة القيم الثابتة (b_i) والنتائج التي نحصل عليها يجب أن تكون قيم موجبة تماما.

0.25

S1	S2
1/3	-1/6
-1/6	1/3

0.25 0.25 0.25

$$\begin{bmatrix} X_i \\ S_1 \\ X_2 \\ X_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1 & S_2 \\ \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} \\ -\frac{1}{6} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b_i \\ 60 + \beta_1 \\ 48 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (S_2 \times B_i) + b_i \\ \frac{1}{3}(60 + \beta_1) - \frac{1}{6}(48) \\ -\frac{1}{6}(60 + \beta_1) + \frac{1}{3}(48) \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \left[\frac{1}{3}(60 + \beta_1) - \frac{1}{6}(48)\right] \geq 0 \Rightarrow \beta_1 \geq -36 & 0.25 \\ \left[-\frac{1}{6}(60 + \beta_1) + \frac{1}{3}(48)\right] \geq 0 \Rightarrow \beta_1 \leq 36 & 0.25 \end{cases}$$

بمقاطعة كل المجالات نتحصل على المجال الرئيسي

0.25

$$-36 \leq \beta_1 \leq 36 \Rightarrow -36+60 \leq 60+\beta_1 \leq 36+60 \Rightarrow [24 \leq 60+\beta_1 \leq 96]$$

وهذا يعني أنه اذا كانت التغيرات التي قد تصيب المعلمة b_1 داخل نطاق المجال بالزيادة أو النقصان الذي تم تحديده $[24 \leq 60+\beta_1 \leq 96]$باستخدام الحساسية ،فانه لن يكون هناك أي تأثير على الحل الأمثل، أما إذا كانت التغيرات خارج المجال ، فهناك حاجة إلى حل جديد ، ولابد من إعادة البرمجة للمشكلة الخطية المطروحة من جديد.

4- حالة تغير قيمة احد الثوابت في عمود المتغيرات الثابتة (b_i) **مثلا** زاد مقدار القيد الأول بـ $(\boldsymbol{48+\beta_2})$

يمكن الحصول على المجال الذي يبق فيه الحل امثلي وذلك بطريقتين:

الطريقة الأولى:

- نأخذ القيم الموجودة في عمود المتغيرات الخارجية المقابلة للقيد الأول (b_1) والمتمثل في S_2ونضربها في المقدار الذي نريد زيادته ثم نضيف القيم المتحصل عليها إلى قيم عمود (b_i) الأخير، ونتحصل على قيم، ويجب أن تكون هذه القيم اكبر من الصفر.

$$\begin{bmatrix} S_2 \\ -\frac{1}{6} \\ \frac{1}{3} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} B_i \\ \beta_2 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_2 \times B_i \\ -\frac{1}{6}\beta_2 \\ \beta_2 \frac{1}{3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_i \\ 12 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (S_2 \times B_i) + b_i \\ -\frac{1}{6}\beta_2 + 12 \\ \beta_2 \frac{1}{3} + 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \left(-\frac{1}{6}\beta_2 + 12\right) \geq 0 \Rightarrow \beta_1 \leq 72 \\ \left(\beta_2 \frac{1}{3} + 6\right) \geq 0 \Rightarrow \beta_1 \geq -18 \end{cases}$$

بمقاطعة كل المجالات نتحصل على المجال الرئيسي

$$-18 \leq \beta_2 \leq 72 \Rightarrow -18+48 \leq 48+\beta_2 \leq 72+48 \Rightarrow [30 \leq 48+\beta_1 \leq 120]$$

وهذا يعني أنه اذا كانت التغيرات التي قد تصيب المعلمة b_1 داخل نطاق المجال بالزيادة أو النقصان الذي تم تحديده $[30 \leq 60+\beta_1 \leq 120]$باستخدام الحساسية ،فانه لن يكون هناك أي تأثير على الحل الأمثل، أما إذا كانت التغيرات خارج المجال ، فهناك حاجة إلى حل جديد ، ولابد من إعادة البرمجة للمشكلة الخطية المطروحة من جديد.

الطريقة الثانية:

- نختار مصفوفة قيم الأعمدة التي تقابل المتغيرات الراكدة في مثالنا هذا هي S_1 ، S_2 ، ونضربها في مصفوفة القيم الثابتة (b_i) والنتائج التي نحصل عليها يجب أن تكون قيم موجبة تماما.

S_1	S_2
1/3	-1/6
-1/6	1/3

$$\begin{bmatrix} X_i \\ S_1 \\ X_2 \\ X_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1 & S_2 \\ \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} \\ -\frac{1}{6} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b_i \\ 60 \\ 48+\beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (S_2 \times B_i) + b_i \\ \frac{1}{3}(60) - \frac{1}{6}(48+\beta_2) \\ -\frac{1}{6}(60) + \frac{1}{3}(48+\beta_2) \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \left[\frac{1}{3}(60)-\frac{1}{6}(48+\beta_2)\right]\geq 0 \Rightarrow \beta_1 \leq 72 \\ \left[-\frac{1}{6}(60)+\frac{1}{3}(48+\beta_2)\right]\geq 0 \Rightarrow \beta_1 \geq -18 \end{cases}$$

بمقاطعة كل المجالات نتحصل على المجال الرئيسي

$$-18 \leq \beta_2 \leq 72 \Rightarrow -18+48 \leq 48+\beta_2 \leq 72+48 \Rightarrow [30 \leq 48+\beta_1 \leq 120]$$

وهذا يعني أنه اذا كانت التغيرات التي قد تصيب المعلمة b_1 داخل نطاق المجال بالزيادة أو النقصان الذي تم تحديده $[30 \leq 60+\beta_1 \leq 120]$ باستخدام الحساسية ،فانه لن يكون هناك أي تأثير على الحل الأمثل، أما إذا كانت التغيرات خارج المجال ، فهناك حاجة إلى حل جديد ، ولابد من إعادة البرمجة للمشكلة الخطية المطروحة من جديد.

5- استخراج النموذج المرافق (الثنائي) من النموذج الاصلي

$$Max(w)=8X_1+6X_2$$

S.T

$$\begin{cases} 4X_1+2X_2 \leq 60 \\ 2X_1+4X_2 \leq 48 \\ (X_1،X_2) \geq 0 \end{cases}$$

يكون على الشكل

$$Min(w)=60y_1+48y_2$$ 0.25

S.T

$$\begin{cases} 4y_1+2y_2 \geq 8 \\ 2y_1+4y_2 \geq 6 \\ (y_1،y_2) \geq 0 \end{cases}$$ 0.25 0.25

6- استنتاج قيم النموذج المرافق

يمكن استنتاجها من خلال القيم التي تقابل المتغيرات الراكدة في النموذج الأصلي وهي هي S_1 ، S_2 : 0.25

وهي على التوالي $y_2=\frac{2}{3}$ و $y_1=\frac{5}{3}$ 0.25

لاستنتاج قيم Z نعوض قيم $y_2=\frac{2}{3}$ و $y_1=\frac{5}{3}$ في دالة الهدف للنموذج المرافق أعلاه نجد

$$Min(w)=60\left(\frac{5}{3}\right)+48\left(\frac{2}{3}\right)=100+32=132$$ 0.25

نتحقق من القيود

$$\left[4\left(\frac{5}{3}\right)+2\left(\frac{2}{3}\right)=8\right]\geq 8$$ 0.25

$$\left[2\left(\frac{5}{3}\right)+4\left(\frac{2}{3}\right)=6\right]\geq 6$$ 0.25

القيود محققة ومنه القيم صحيحة