

Corrigé de l'Examen de Physique I

Questions de cours: (5 Pts)

1 - La Dimension des grandeurs physiques suivantes :

- l'énergie cinétique $E_c = \frac{1}{2} m v^2$.

$$[E_c] = \left[\frac{1}{2}\right] \cdot [m] \cdot [v^2] = \left[\frac{1}{2}\right] \cdot [m] \cdot \frac{[x]^2}{[t]^2} = M L^2 T^{-2} \quad \text{OIR}$$

- la Constante de la gravitation universelle G : $G = \frac{F r^2}{m \cdot M}$

$$[G] = \frac{[F][r]^2}{[m][M]} = M L T^{-2} L^3 M^{-2} = M^{-1} L^3 T^{-2} \quad \text{OIR}$$

2 - l'expression du Théorème du moment cinétique:

Dans un repère galiléen, la dérivée par rapport au temps du moment cinétique par rapport à un point A fixe, est égale au moment par rapport à A de la résultante des forces extérieures appliquées au point M. $\frac{d\vec{L}_A}{dt} = \vec{M}_A(\sum \vec{F}_{ext})$ OIR

3 - Le 2^{ème} loi de Newton : ... = Lorsque 'un point matériel de masse m constante est soumis à des forces dont la résultante est non nulle, alors le point matériel acquiert une accélération absolue donnée par l'expression : $\sum \vec{F}_{ext} = m \vec{a}$. OIR

4 - Les différents types de forces et d'énergies :

les forces = Force électrostatique, Force magnétique, Force électromagnétique, Force de la gravitation universelle. OIR

Les énergies = Energie cinétique, Energie potentielle. OIR

5 - Relations entre les coordonnées cartésiennes (x, y, z) et cylindriques (ρ, θ, z):

$$\begin{cases} x = \rho \cos \theta \\ y = \rho \sin \theta \\ z = z \end{cases} \quad , \quad \rho = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \text{OIR}$$

Exercice 01 :

1 - le module des vecteurs $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$.

$$\|\vec{A}\| = \sqrt{2^2 + 3^2 + (-1)^2} = \sqrt{14} \quad (1)$$

$$\|\vec{B}\| = \sqrt{3^2 + (-2)^2 + (2)^2} = \sqrt{17} \quad (1)$$

$$\|\vec{C}\| = \sqrt{2^2 + 3^2 + 4^2} = \sqrt{29} \quad (1)$$

2 - le Produit scalaire et vectoriel des $\vec{A}$ et $\vec{B}$ et l'angle $(\vec{A}, \vec{B})$

$$\text{Produit scalaire : } \vec{A} \cdot \vec{B} = x_A x_B + y_A y_B + z_A z_B = 2 \times 3 + 3 \times (-2) + (-1) \times (2) = -2 \quad (1)$$

$$\text{Produit vectoriel : } \vec{A} \wedge \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_A & y_A & z_A \\ x_B & y_B & z_B \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 3 & -1 \\ 3 & -2 & 2 \end{vmatrix} = 4\vec{i} - 7\vec{j} - 13\vec{k} \quad (1)$$

$$\text{l'Angle } (\vec{A}, \vec{B}) : \vec{A} \cdot \vec{B} = \|\vec{A}\| \cdot \|\vec{B}\| \cdot \cos(\vec{A}, \vec{B}).$$

$$\cos(\vec{A}, \vec{B}) = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{\|\vec{A}\| \cdot \|\vec{B}\|} = \frac{-2}{\sqrt{14} \sqrt{17}} = -0,1296.$$

$$(\vec{A}, \vec{B}) = 97,4^\circ \quad (1)$$

3 - Trouver α et β , pour que $\vec{C} \parallel \vec{D}$: $\vec{C} \parallel \vec{D}$ si $\vec{C} \wedge \vec{D} = 0$

$$\vec{C} \wedge \vec{D} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & \alpha & -\beta \end{vmatrix} = (-3\beta - 4\alpha)\vec{i} - (-2\beta - 4)\vec{j} + (2\alpha - 3)\vec{k} = 0$$

$$\vec{C} \wedge \vec{D} = 0 \Rightarrow \begin{cases} -3\beta - 4\alpha = 0 \\ -2\beta - 4 = 0 \rightarrow \beta = \frac{4}{-2} = -2 \\ 2\alpha - 3 = 0 \rightarrow \alpha = \frac{3}{2} \end{cases} \quad (1)$$

Exercice 02 :

1 - l'équation de la trajectoire $y(x)$:

$$x(t) = 2t \Rightarrow t = \frac{x}{2}, \text{ on remplace dans l'équation } y(t) :$$

$$y(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^2 - 2 = \frac{x^2}{4} - 2 = \frac{1}{4}x^2 - 2 \quad (1)$$

2 - l'expression du vecteur position : $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} = 2t\vec{i} + (t^2 - 2)\vec{j} \quad (1)$

3 - les expressions des : v_x , v_y et module de $v(t)$:

$$\begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = 2 \rightarrow v_x = 2 \\ v_y = \frac{dy}{dt} = 2t \rightarrow v_y = 2t \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{le module de } v(t) : v = \sqrt{2^2 + (2t)^2} = \sqrt{4 + 4t^2} \quad (1)$$

4 - les expressions des accélérations = a_x et a_y , et le module de a ,

$$\begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0 \text{ (OK)} \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = 2 \text{ (OK)} \end{cases}$$

Le module de $a(t)$: $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{4} = 2 \text{ (N)}$

5 - l'expression des accélérations tangentielle et normale.

$$a_T = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(\sqrt{4+4t^2}) = \frac{d}{dt}(2\sqrt{t^2+1}) = \frac{2t}{\sqrt{t^2+1}} \text{ (OK)}$$

$$a_n = ? , a = \sqrt{a_n^2 + a_T^2} \Rightarrow a_n = \sqrt{a^2 - a_T^2} = \sqrt{2^2 - \left(\frac{2t}{\sqrt{t^2+1}}\right)^2} = \frac{2}{\sqrt{t^2+1}} \text{ (OK)}$$

6 - Le rayon de courbure R de la Trajectoire à $t = 2 \text{ s}$. (N)

$$a_n = \frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{v^2}{a_n} = \frac{2\sqrt{t^2+1}}{\frac{2}{\sqrt{t^2+1}}} = 2(t^2+1)^{3/2}$$

à l'instant $t = 2 \text{ s}$: $R = 2(2^2+1)^{3/2} = 22,36 \text{ m}$.