

Exercice 1 : (6 pts)1/ On définit sur \mathbb{R}^2 l'opération (+) par lois de composition interne :

$$\forall (x, y), (x', y') \in \mathbb{R}^2 : (x, y) + (x', y') = (x+x', y+y')$$

a- Montrer que $(\mathbb{R}^2, +)$ est groupe commutatif?2/ Soit $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$

$$f(x, y) = x$$

a- Est-ce que f est application linéaire ?**Exercice 2 : (9 pts)**

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ et } B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

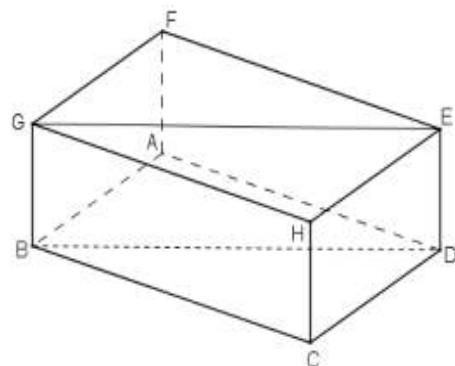
$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \\ 3 & 4 & -2 \end{pmatrix} \text{ et } D = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

a-Calculer : $A + B$; $A.B$; $C + B$; $A.C$; D^{-1} ; $\det A$; $\det B$; le range(A); C^t **Exercice 3 : (5 pts)**

1/ Mettez les mots suivants à la place appropriée : sécantes, non coplanaires, droites, parallèles, coplanaires.

On considère le parallélépipède suivant :

- Les droites (BG) et (BA) sont en B.
- Les(GE) et (BD) sont
- Les droites (FA) et (CD) sont
- Les droites (GE) et (EH) sont



Corrigé type de contrôle mathématiques: (S1)(L1) :2025/2026

Exercice 1 : (6pts)

1/ associative : (1pts)

$\forall (x, y), (x', y'), (x'', y'') \in R^2 :$

$$[(x, y) + (x', y')] + (x'', y'') = (x, y) + [(x', y') + (x'', y'')]$$

$$\begin{aligned} \text{On a : } & [(x, y) + (x', y')] + (x'', y'') = (x+x', y+y') + (x'', y'') \\ & = (x+x'+x'', y+y'+y''). \dots\dots(1) \end{aligned}$$

D'autre par ona :

$$\begin{aligned} (x, y) + [(x', y') + (x'', y'')] &= (x, y) + (x'+x'', y'+y'') \\ &= (x+x'+x'', y+y'+y''). \dots\dots(2) \end{aligned}$$

(1)=(2) donc (+) est associative.

2/ élément neutre : (1pts)

Soit (e_1, e_2) l'élément neutre de R^2 donc :

$$\forall (x, y) \in R^2 : (x, y) + (e_1, e_2) = (e_1, e_2) + (x, y) = (x, y)$$

$$(x, y) + (e_1, e_2) = (x, y)$$

$$(x+e_1, y+e_2) = (x, y)$$

$$\{(x+e_1)=x\} . e_1 = 0$$

$$\{(x+e_2)=x\} . e_2 = 0$$

Donc l'élément neutre de R^2 est $(0,0)$

3/ élément symétrique : (1pts)

Soit (x', y') l'élément symétrique de R^2 donc :

$$\forall (x, y) \in R^2 : (x, y) + (x', y') = (x', y') + (x, y) = (e_1, e_2)$$

$$(x, y) + (x', y') = (e_1, e_2)$$

$$(x+x', y+y') = (0.0)$$

$$\{(x+x')=0\} \cdot x' = -x$$

$$\{(y+y')=0\} \cdot y' = -y$$

Donc l'élément symétrique de \mathbf{R}^2 est $(-x, -y)$.

➤ Donc $(\mathbf{R}^2, +)$ est groupe.

4/ commutative : (1pts)

$$\forall (x, y), (x', y') \in \mathbf{R}^2 :$$

$$(x, y) + (x', y') = (x', y') + (x, y)$$

$$\text{On a : } (x, y) + (x', y') = (x+x', y+y') \dots \dots (1)$$

$$\text{D'autre par ona : } (x', y') + (x, y) = (x'+x, y'+y) \dots \dots (2)$$

(1)=(2) donc $(+)$ est commutative.

➤ Donc $(\mathbf{R}^2, +)$ est groupe commutatif.

2/ l'application linéaire :

a/ $\forall (x, y), (x', y') \in \mathbf{R}^2 : f[(x, y) + (x', y')] = f(x, y) + f(x', y') \dots \dots \text{(1pts)}$

$$\begin{aligned} f[(x, y) + (x', y')] &= f(x+x', y+y') = x+x' \\ &= f(x, y) + f(x', y') \end{aligned}$$

b/ $\forall \gamma \in \mathbf{R}, \forall (x, y) \in \mathbf{R}^2 : f[\gamma(x, y)] = \gamma [f(x, y)] \dots \dots \text{(1pts)}$

$$f[\gamma(x, y)] = f[\gamma x, \gamma y] = \gamma x = \gamma [f(x, y)]$$

Oui f est application linéaire.

Exercice 2 : (9 pts)

1/ $A+B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ -1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ (1pts)

2/ $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ (1pts)

3/ $\mathbf{C} + \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 2 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}$ (1pts)

4/ $\mathbf{A} \cdot \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 10 & 12 & 0 \\ 5 & 6 & -7 \\ 3 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ (1pts)

5/ $\mathbf{D}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ (1pts)

6/ $\det \mathbf{A} = -3$ (1pts)

7/ $\det \mathbf{B} = 1$ (1pts)

8/ le range (\mathbf{A}) = 3 (1 pts)

9/ $\mathbf{C}^t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ (1 pts)

$\text{Tra}(\mathbf{c}) = (1) + (-1) + (-2) = -2$

Exercice 3 : (5pts)

1/ sécantes (1pts)

2/ Droite (1pts)

parallèles (1pts)

3/ non coplanaires (1pts)

4/ coplanaires (1pts)