

Contrôle Mathématiques (S1 L1). Dr: N Mekkas.

Exercice 1 : (6 pts)

1/ On définit sur \mathbb{R}^2 l'opération (+) par lois de composition interne :

$$\forall (x, y), (x', y') \in \mathbb{R}^2 : (x, y) + (x', y') = (x+x', y+y')$$

a- Montrer que $(\mathbb{R}^2, +)$ est groupe commutative?

2/ Soit $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$

$$f(x, y) = x$$

a- Est-ce que f est application linéaire ?

Exercice 2 : (9 pts)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ et } B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \\ 3 & 4 & -2 \end{pmatrix} \text{ et } D = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

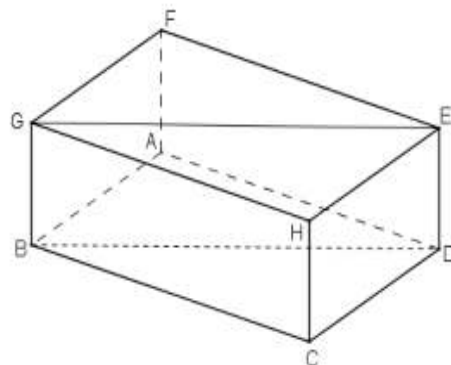
a-Calculer : $A + B$; $A.B$; $C + B$; $A.C$; D^{-1} ; $\det A$; $\det B$; le $\text{range}(A)$; C^t

Exercice 3 : (5 pts)

1/ Mettez les mots suivants à la place appropriée : **sécantes, non coplanaires, droites, parallèles, coplanaires.**

On considère le parallélépipède suivant :

- Les droites (BG) et (BA) sont..... en B.
- Les (GE) et (BD) sont
- Les droites (FA) et (CD) sont
- Les droites (GE) et (EH) **sont**



Corrigé type de contrôle mathématiques: (S1)(L1) :2025/2026

Exercice 1 : (6pts)

1/ associative : (1pts)

$$\forall (x, y), (x', y'), (x'', y'') \in \mathbb{R}^2 :$$

$$[(x, y) + (x', y')] + (x'', y'') = (x, y) + [(x', y') + (x'', y'')]$$

$$\begin{aligned} \text{On a : } [(x, y) + (x', y')] + (x'', y'') &= (x+x', y+y') + (x'', y'') \\ &= (x+x'+x'', y+y'+y'') \dots\dots (1) \end{aligned}$$

D'autre par ona :

$$\begin{aligned} (x, y) + [(x', y') + (x'', y'')] &= (x, y) + (x'+x'', y'+y'') \\ &= (x+x'+x'', y+y'+y'') \dots\dots (2) \end{aligned}$$

(1)=(2) donc (+) est associative.

2/ élément neutre : (1pts)

Soit (e_1, e_2) l'élément neutre de \mathbb{R}^2 donc :

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y) + (e_1, e_2) = (e_1, e_2) + (x, y) = (x, y)$$

$$(x, y) + (e_1, e_2) = (x, y)$$

$$(x+e_1, y+e_2) = (x, y)$$

$$\{(x+e_1)=x\} \cdot e_1 = 0$$

$$\{(x+e_2)=x\} \cdot e_2 = 0$$

Donc l'élément neutre de \mathbb{R}^2 est $(0,0)$

3/ élément symétrique : (1pts)

Soit (x', y') l'élément symétrique de \mathbb{R}^2 donc :

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y) + (x', y') = (x', y') + (x, y) = (e_1, e_2)$$

$$(x, y) + (x', y') = (e_1, e_2)$$

$$(x+x', y+y') = (0, 0)$$

$$\{(x+x')=0\} \cdot x' = -x$$

$$\{(y+y')=0\} \cdot y' = -y$$

Donc l'élément symétrique de \mathbb{R}^2 est $(-x, -y)$.

➤ Donc $(\mathbb{R}^2, +)$ est groupe.

4/ commutative : (1pts)

$$\forall (x, y), (x', y') \in \mathbb{R}^2 :$$

$$(x, y) + (x', y') = (x', y') + (x, y)$$

$$\text{On a : } (x, y) + (x', y') = (x+x', y+y') \dots (1)$$

$$\text{D'autre par on a : } (x', y') + (x, y) = (x'+x, y'+y) \dots (2)$$

(1)=(2) donc $(+)$ est commutative.

➤ Donc $(\mathbb{R}^2, +)$ est groupe commutative.

2/ l'application linéaire :

$$\text{a/ } \forall (x, y), (x', y') \in \mathbb{R}^2 : f[(x, y) + (x', y')] = f(x, y) + f(x', y') \dots (1\text{pts})$$

$$f[(x, y) + (x', y')] = f(x+x', y+y') = x+x' \\ = f(x, y) + f(x', y')$$

$$\text{b/ } \forall \eta \in \mathbb{R}, \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 : f[\eta(x, y)] = \eta[f(x, y)] \dots (1\text{pts})$$

$$f[\eta(x, y)] = f[\eta x, \eta y] = \eta x = \eta[f(x, y)]$$

Oui f est application linéaire.

Exercice 2 : (9 pts)

$$1/ A+B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ -1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} (1\text{pts})$$

$$2/ \mathbf{A.B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ (1pts)}$$

$$3/ \mathbf{C+B} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 2 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix} \text{ (1pts)}$$

$$4/ \mathbf{A.C} = \begin{pmatrix} 10 & 12 & 0 \\ 5 & 6 & -7 \\ 3 & 3 & -1 \end{pmatrix} \text{ (1pts)}$$

$$5/ \mathbf{D^{-1}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ (1pts)}$$

$$6/ \det \mathbf{A} = -3 \text{ (1pts)}$$

$$7/ \det \mathbf{B} = 1 \text{ (1pts)}$$

$$8/ \text{le range}(\mathbf{A}) = 3 \text{ (1 pts)}$$

$$9/ \mathbf{C^t} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix} \text{ (1 pts)}$$

$$\text{Tra}(\mathbf{c}) = (1)+(-1)+(-2) = -2$$

Exercice 3 : (5pts)

1/ sécantes (1pts)

2/ Droite (1pts)

parallèles (1pts)

3/ non coplanaires (1pts)

4/ coplanaires (1pts)