

## اختبار السادس الأول في مقاييس الفيزياء 1

### تمرين 1 (5 نقاط)

في معلم متعامد متوازي  $OXYZ$  نعتبر الأشعة الثلاثة التالية:

$$\vec{v}_2 = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}, \vec{v}_3 = 5\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}, \vec{v}_1 = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 4\vec{k}$$

1/ احسب طولية هذه الأشعة الثلاثة.

2/ احسب مركبات و طوليات الأشعة  $\vec{A}$  و  $\vec{B}$  حيث:

$$\vec{B} = 2\vec{v}_1 - \vec{v}_2 + \vec{v}_3 \quad \vec{A} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3$$

3/ عين شعاع الوحدة المحمول على  $\vec{v}_3$ .

4/ احسب الجداء السلمي  $\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_3$ ; ثم استنتج الزاوية المحصورة بينهما.

5/ احسب الجداء الشعاعي  $\vec{v}_2 \wedge \vec{v}_3$

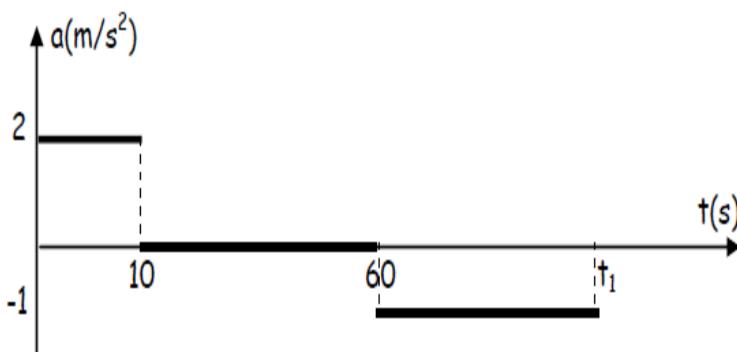
### تمرين 2 (7 نقاط)

تنطلق عربة ترامواي من المحطة  $A$  بدون سرعة ابتدائية في اللحظة الزمنية  $t=0$  إلى المحطة  $B$  خلال مدة زمنية مقدارها  $t_1$ . مخطط التسارع بدلالة الزمن يعطى في الشكل المقابل.

1. اعط معادلة السرعة بدلالة الزمن و كذلك طبيعة الحركة في كل مرحلة من الحركة.

2. ارسم مخطط السرعة بدلالة الزمن.  
3. اوجد الزمن  $t_1$ .

4. اوجد المسافة التي تقطعها العربة من المحطة  $A$  إلى المحطة  $B$ . (لا تستعمل المعادلات الزمنية للفاصله)



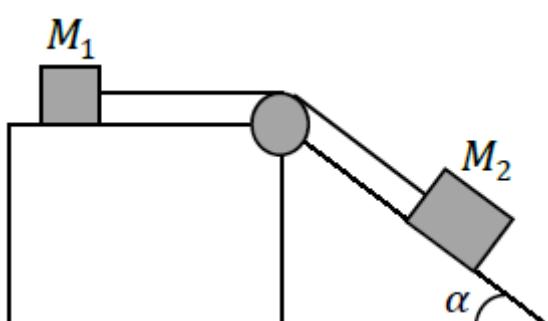
### تمرين 3 (8 نقاط)

جسم كتلته  $M_1 = 5Kg$  ، موضوع على مستوى أفقى خشن، مرتبط بجسم  $M_2$  موضوع على مستوى مائل غير أملس يشكل مع الأفق زاوية  $\alpha = 30^\circ$ ، بواسطة خيط مهمل الكتلة وعديم الامتياز يمر على محز بكرة مهملة الكتلة. معامل الاحتكاك السكوني و الحركي بين الجسمين و السطح الأفقي و المائل هما التوالي:  $\mu_s = 0.3$  و  $\mu_d = 0.2$  و  $g = 10m.s^{-2}$ . (انظر الشكل)

1/ حدد القيمة القصوى لكتلة  $M_{2max}$  لكي يبقى النظام في حالة توازن، احسب توتر الخيط.

2/ نأخذ  $M_2 = 7Kg$ , لنتعتبر أن النظام تحرك.

احسب تسارع الكتلتين و كذلك توتر الخيط.



### التصحيح النموذجي للاختبار

#### حل التمرين 1 (5 نقاط)

1/ حساب طولية الأشعة الثلاثة :

$$\mathbf{v}_1 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} = \sqrt{(3)^2 + (-4)^2 + (4)^2} = \sqrt{41} = 6.4 \text{ 0.25}$$

$$\mathbf{v}_2 = \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2} = \sqrt{(2)^2 + (3)^2 + (-4)^2} = \sqrt{29} = 5.4 \text{ 0.25}$$

$$\mathbf{v}_3 = \sqrt{x_3^2 + y_3^2 + z_3^2} = \sqrt{(5)^2 + (-1)^2 + (3)^2} = \sqrt{35} = 5.9 \text{ 0.25}$$

2/ حساب مركبات و طوبلات الأشعة  $\vec{A}$  و  $\vec{B}$  حيث:

$$\vec{A} = \overrightarrow{\mathbf{v}_1} + \overrightarrow{\mathbf{v}_2} + \overrightarrow{\mathbf{v}_3} = (x_1 + x_2 + x_3)\vec{i} + (y_1 + y_2 + y_3)\vec{j} + (z_1 + z_2 + z_3)\vec{k}$$

$$\vec{A} = (3 + 2 + 5)\vec{i} + (-4 + 3 - 1)\vec{j} + (4 - 4 + 3)\vec{k} = 10\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k} \text{ 0.25}$$

$$\vec{B} = 2\overrightarrow{\mathbf{v}_1} - \overrightarrow{\mathbf{v}_2} + \overrightarrow{\mathbf{v}_3} = (2x_1 - x_2 + x_3)\vec{i} + (2y_1 - y_2 + y_3)\vec{j} + (2z_1 - z_2 + z_3)\vec{k}$$

$$\vec{B} = (2 * 3 - 2 + 5)\vec{i} + (2(-4) - 3 - 1)\vec{j} + (2 * 4 + 4 + 3)\vec{k} = 9\vec{i} - 12\vec{j} + 15\vec{k} \text{ 0.25}$$

$$A = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{(10)^2 + (-2)^2 + (3)^2} = \sqrt{113} = 10.63 \text{ 0.25}$$

$$B = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{(9)^2 + (-12)^2 + (15)^2} = \sqrt{450} = 21.21 \text{ 0.25}$$

3/ تعيين شعاع الوحدة المحمول على  $\vec{C} = \overrightarrow{\mathbf{v}_1} + \overrightarrow{\mathbf{v}_3}$

$$\vec{C} = \overrightarrow{\mathbf{v}_1} + \overrightarrow{\mathbf{v}_3} = (x_1 + x_3)\vec{i} + (y_1 + y_3)\vec{j} + (z_1 + z_3)\vec{k} = 8\vec{i} - 5\vec{j} + 7\vec{k} \text{ 0.5}$$

$$C = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{(8)^2 + (-5)^2 + (7)^2} = \sqrt{138} \text{ 0.25}$$

$$\vec{C} = C \cdot \vec{u} \Rightarrow \vec{u} = \frac{\vec{C}}{C} = \frac{8}{\sqrt{138}}\vec{i} - \frac{5}{\sqrt{138}}\vec{j} + \frac{7}{\sqrt{138}}\vec{k} \text{ 0.5}$$

4- حساب الجداء السلمي  $\overrightarrow{V_1} \cdot \overrightarrow{V_3}$

$$\overrightarrow{V_1} \cdot \overrightarrow{V_3} = x_1 x_3 + y_1 y_3 + z_1 z_3 \Rightarrow \overrightarrow{V_1} \cdot \overrightarrow{V_3} = 15 + 4 + 12 \Rightarrow \overrightarrow{V_1} \cdot \overrightarrow{V_3} = 31 \text{ 0.5}$$

- استنتاج الزاوية المحصورة بين  $\overrightarrow{V_1}$  و  $\overrightarrow{V_3}$ .

$$\cos\alpha = \frac{\overrightarrow{V_1} \cdot \overrightarrow{V_3}}{\|\overrightarrow{V_1}\| \cdot \|\overrightarrow{V_3}\|} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{31}{\sqrt{41} \cdot \sqrt{35}} \Rightarrow \alpha = 35.08 \text{ 0.5}$$

5/ حساب الجداء الشعاعي:

$$\vec{V_2} \wedge \vec{V_3} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 3 & -4 \\ 5 & -1 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} 2 & -4 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -1 \end{vmatrix} \vec{k} \quad 0.5$$

$$\vec{V_2} \wedge \vec{V_3} = (9 - 4) \vec{i} - (6 + 20) \vec{j} + (-2 - 15) \vec{k}$$

$$\vec{V_2} \wedge \vec{V_3} = 5 \vec{i} - 26 \vec{j} - 17 \vec{k} \quad 0.5$$

### حل التمرين 2 (7 نقاط)

1. إعطاء معادلة السرعة بدلالة الزمن و كذلك طبيعة الحركة في كل مرحلة من الحركة.

[0 – 10s]:1 المرحلة

$$0.25a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow dv = a \cdot dt$$

$$0.25 \int_{v_0}^v dv = \int_{t_0}^t a \cdot dt = \int_{t_0}^t 2 \cdot dt$$

$$[v]_0^v = 2[t]_0^t \Rightarrow v(t) = 2t \quad 0.5$$

0.5 حركة مستقيمة متغيرة بانتظام متتسارعة  $\Leftrightarrow a \cdot v > 0 \Leftrightarrow v > 0, a = cst > 0$

[10 – 60s]:2 المرحلة

$$0.5a = 0 \Rightarrow 0.25v = cst = v(t = 10) = 2 * 10 = 20 \frac{m}{s}$$

0.5 حركة مستقيمة منتظمة  $\Leftrightarrow a \cdot v = 0 \Leftrightarrow v = cst, a = 0$

[60 –  $t_1$ s]:3 المرحلة

$$0.25a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow dv = a \cdot dt$$

$$0.25 \int_{v_0}^v dv = \int_{t_0}^t a \cdot dt = \int_{t_0}^t 2 \cdot dt$$

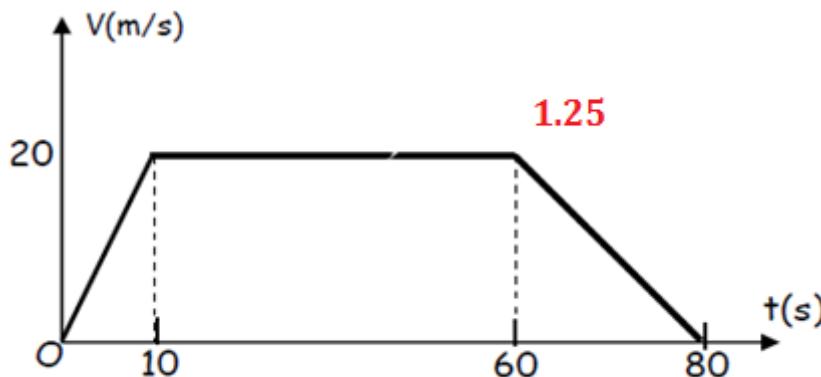
$$[v]_{v_0}^v = -1 \cdot [t]_{t_0}^t \Rightarrow v(t) - v_0 = -(t - t_0) \quad 0.25$$

$$v(t) = -(t - t_0) + v_0 \quad 0.25$$

$$v(t) = -(t - 60) + 20 \Rightarrow v(t) = -t + 80 \quad 0.5$$

0.5 حركة مستقيمة متغيرة بانتظام متباطئة  $\Leftrightarrow a \cdot v < 0 \Leftrightarrow v > 0, a = cst < 0$

2. رسم مخطط السرعة بدلالة الزمن.



3. إيجاد الزمن  $t_1$ .

$$v(t_1) = 0 \Rightarrow -t_1 + 80 = 0 \Rightarrow t_1 = 80\text{s} \quad 0.5$$

لدينا

4. إيجاد المسافة التي تقطعها العربة من المحطة A إلى المحطة B. (لا نستعمل المعادلات الزمنية الفاصلة)

$$0.5 \quad d = \frac{10*20}{2} + 50 * 20 + \frac{20*20}{2} = 1300\text{m}$$

### حل التمرين 3 (8 نقاط)

1/ حساب القيمة الاعظمية للكتلة  $M_2$

$$\text{Pour } M_1: \sum \vec{F} = \vec{0} \quad (0.25) \Rightarrow \vec{P}_1 + \vec{N}_1 + \vec{T} + \vec{f}_{s_1} = \vec{0} \quad (0.25)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} N_1 - P_1 = 0 & (0.25) \Rightarrow N_1 = P_1 \Rightarrow f_{s_1} = N_1 \cdot \mu_s = M_1 \cdot g \cdot \mu_s & (0.25) \\ T - f_{s_1} = 0 & (0.25) \Rightarrow T = M_1 \cdot g \cdot \mu_s = 0 \end{cases}$$

$$T = M_1 \cdot g \cdot \mu_s \dots (1)$$

$M_2$ :

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \quad (0.25) \Rightarrow \vec{P}_2 + \vec{N}_2 + \vec{T} + \vec{f}_{s_2} = \vec{0} \quad (0.25)$$

(xx')

$$P_{2x} - T - f_{s_2} = 0 \Rightarrow P_{2x} - f_{s_2} = T \quad (0.25)$$

(yy')

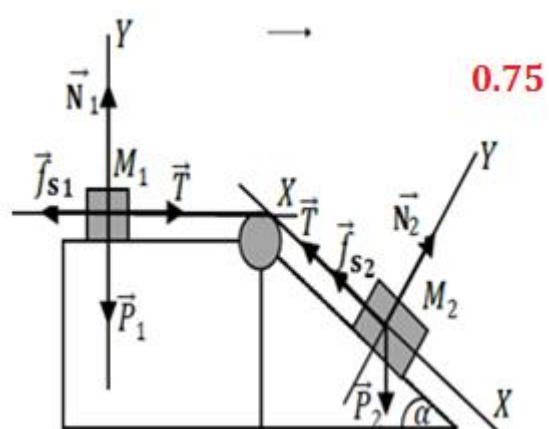
$$\Rightarrow \begin{cases} N_2 - P_{2y} = 0 & (0.25) \Rightarrow N_2 = P_{2y} = M_2 \cdot g \cdot \cos\alpha \\ f_{s_2} = N_2 \cdot \mu_s = \mu_s M_{2max} \cdot g \cdot \cos\alpha & (0.25) \end{cases}$$

$$M_{2max} \cdot g \cdot \sin\alpha - \mu_s M_{2max} \cdot g \cdot \cos\alpha = T \dots (2)$$

$$(1)=(2) \Rightarrow M_{2max} \cdot g \cdot (\sin\alpha - \mu_s \cos\alpha) = M_1 \cdot g \cdot \mu_s$$

$$M_{2max} = \frac{M_1 \mu_s}{\sin\alpha - \mu_s \cos\alpha} = \frac{5 * 0.3}{\sin 30 - 0.3 \cos 30} = 6.25Kg \quad (0.25)$$

$$T = M_1 \cdot g \cdot \mu_s = 15N \quad (0.25)$$



2/ حساب تسارع الكتلتين وكذلك توتر الخيط

بتطبيق المبدأ الأساسي للديناميك نجد:

على الكتلة  $M_1$

$$\sum \vec{F} = M_1 \vec{a} \quad (0.25)$$

$$\vec{P}_1 + \vec{N}_1 + \vec{T} + \vec{f}_{d_1} = M_1 \vec{a} \quad (0.25)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} N_1 - P_1 = 0 & (0.25) \Rightarrow N_1 = P_1 \Rightarrow f_{d_1} = N_1 \cdot \mu_s = M_1 \cdot g \cdot \mu_d & (0.25) \\ T - f_{d_1} = M_1 \cdot a & (0.25) \Rightarrow T - M_1 \cdot g \cdot \mu_d = M_1 \cdot a \end{cases}$$

$$T = M_1 \cdot g \cdot \mu_d + M_1 \cdot a \dots \dots \dots (3)$$

على الكتلة  $M_2$

$$\sum \vec{F} = M_2 \vec{a} \quad (0.25)$$

$$\vec{P}_2 + \vec{N}_2 + \vec{T} + \vec{f}_{d_2} = M_2 \vec{a} \quad (0.25)$$

$$(yy') \Rightarrow \begin{cases} N_2 - P_{2y} = 0 & (0.25) \Rightarrow N_2 = P_{2y} = M_2 \cdot g \cdot \cos\alpha \\ f_{d_2} = N_2 \cdot \mu_d = \mu_d M_2 \cdot g \cdot \cos\alpha & (0.25) \end{cases}$$

$$(xx') \Rightarrow P_{2x} - T - f_{d_2} = M_2 \cdot a$$

$$M_2 \cdot g \cdot \sin\alpha - T - \mu_d M_2 \cdot g \cdot \cos\alpha = M_2 \cdot a \dots (4) \quad (0.25)$$

بتغيير (3) في (4) نجد:

$$M_2 \cdot g \cdot \sin\alpha - M_1 \cdot g \cdot \mu_d - M_1 \cdot a - \mu_d M_2 \cdot g \cdot \cos\alpha = M_2 \cdot a$$

$$\Rightarrow M_2 \cdot g \cdot \sin\alpha - M_1 \cdot g \cdot \mu_d - \mu_d M_2 \cdot g \cdot \cos\alpha = (M_1 + M_2) a$$

$$a = \frac{M_2 \cdot \sin\alpha - M_1 \cdot \mu_d - \mu_d M_2 \cdot \cos\alpha}{M_1 + M_2} g \quad (0.25) = 1.07 \text{ m/s}^2 \quad (0.25)$$

$$T = M_1 \cdot g \cdot \mu_d + M_1 \cdot a = M_1 g \left( \mu_d + \frac{M_2 \cdot \sin\alpha - M_1 \cdot \mu_d - \mu_d M_2 \cdot \cos\alpha}{M_1 + M_2} \right) \quad (0.25) = 15.35 N \quad (0.25)$$

