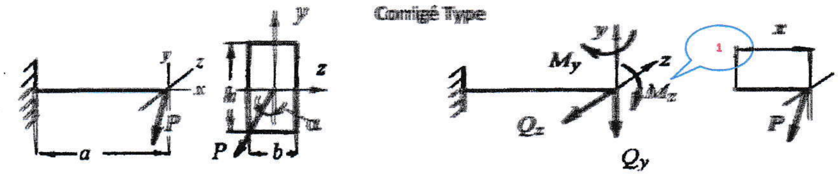
Université Larbi Ben M'Hidi. Faculté des Sciences et des Sciences Appliquées

3[ème] année licence Construction Mécanique — Résistance des Matériaux 2

Examen de Rattrapage

Corrigé Type



Dans ce problème, le plan d'action de la charge (le plan des forces extérieures) passe par l'axe de la poutre, mais ne coïncide pas avec aucun des plans de symétrie. La flexion dans ce cas est dite déviée.

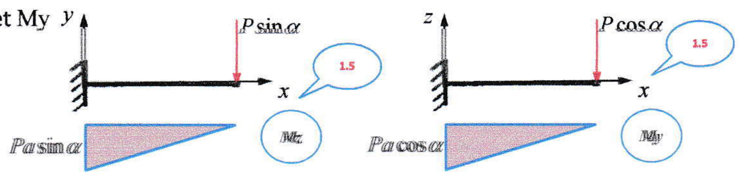
Les conditions de la statique permettent de déterminer les forces intérieures. Nous avons :

$$N_x = 0 \quad , \quad |Q_y| = P\cos\alpha \quad , \quad |Q_z| = P\sin\alpha \ ;$$

$$M_x = 0 \quad , \quad |M_y| = (P\sin\alpha)x \quad , \quad |M_z| = (P\cos\alpha)x$$

1

1. Diagramme Mz **et My**



1

2. Position de l'axe neutre ainsi que l'expression de la contrainte maximale au niveau de la section dangereuse.

Le problème examiné se présente sous la forme de la somme de deux flexions planes transversales dans les plans *xy (Qy et Mz)* et *xz (Qz et My)*.

La sommation des contraintes normales pour un point arbitraire du premier quadrant de système de coordonnées dans la section la plus dangereuse $x = a$ donne :

$$\sigma_x = \frac{|(M_y)_{\max}|}{I_y} z + \frac{|(M_z)_{\max}|}{I_z} y$$

1.5

La localisation de la fibre neutre dans la section de la barre est déterminée par l'équation suivante :

1

$$\frac{|(M_y)_{\max}|}{I_y} z + \frac{|(M_z)_{\max}|}{I_z} y = 0 \quad \Longrightarrow \quad y = \mathrm{tg}\,\beta \cdot z$$

1

$$\mathrm{tg}\,\beta = -(I_z / I_y)\,\mathrm{tg}\,\alpha$$

0.5

$$\begin{cases} I_z = bh^3/12\,, \ I_y = b^3h/12 \\ \dfrac{M_{z\max}}{M_{y\max}} = \dfrac{P.a\sin\alpha}{P.a\cos\alpha} = tg\alpha \end{cases}$$

1.5

$$tg\beta = -\frac{h^2}{b^2} tg\alpha \overset{A.N.}{\Longrightarrow} \beta = \text{-}58°$$

1.5

2

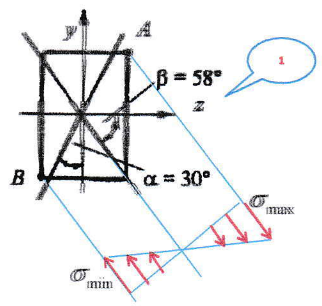
Représentation graphique

(la droite passe par les quadrants 2 et 4).

Les points *A (zone en traction)* et *B (zone en compression) sont* les plus dangereux du point de vue de la résistance (ce sont les points plus éloignés de la fibre neutre). La détermination de la contrainte normale maximale donne :

1

$$(\sigma_x)_{max} = (\sigma_x)_A = \sigma_x\big|_{y=h/2,\, z=b/2} \qquad (\sigma_x)_{max} = 5{,}1\ \text{MPa.}$$



2 Expression de la flèche maximale.

$Plan\ x-z$

$$EI_y z = P\sin\alpha\frac{x^3}{6} - Pa\sin\alpha\frac{x^2}{2}$$

1

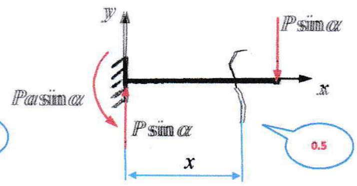
$C.L.:\ x=0 \rightarrow z=0$

$$x=a \rightarrow EI_y z_a = P\sin\alpha\frac{a^3}{6} - Pa\sin\alpha\frac{a^2}{2}$$

0.5

$$z_a = \frac{Pa^3}{3EI_y}\sin\alpha\ ;\ I_y = \frac{hb^3}{12} \Rightarrow z_a = \frac{4Pa^3}{Ehb^3}\sin\alpha$$

0.5



3

$Plan\ x-y$

$$EI_z y = P\cos\alpha\frac{x^3}{6} - Pa\cos\alpha\frac{x^2}{2}$$

1

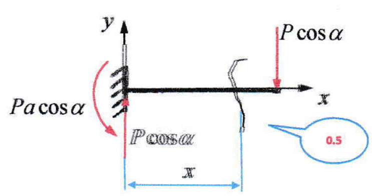
$C.L.:\ x=0 \rightarrow y=0$

0.5

$$x=a \rightarrow EI_z y_a = P\cos\alpha\frac{a^3}{6} - Pa\cos\alpha\frac{a^2}{2}$$

$$y_a = \frac{Pa^3}{3EI_z}\cos\alpha\ ;\ I_z = \frac{bh^3}{12} \Rightarrow y_a = \frac{4Pa^3}{Ebh^3}\cos\alpha$$

0.5



Flèche maximale : résultante de y_a et z_a

$$f_{max} = \sqrt{y_a^2 + z_a^2} = \frac{4Pa^3}{Ebh}\sqrt{\frac{\cos^2\alpha}{b^2} + \frac{\sin^2\alpha}{h^2}}$$

1

Application Numérique :

0.5

$$f_{max} = 14.55\ mm$$

4