

SERIE N°(8) : La torsion

Problème :

Soit une poutre en béton armé, encadrée à ses extrémités, de section rectangulaire soumise simultanément à la flexion simple et à la torsion avec les efforts suivants à l'ELU:

Flexion : $M_U = 30,48 \text{ KN.m}$ $V_U = 47,82 \text{ KN}$

Torsion : $M_T = 9,825 \text{ KN.m}$

Question :

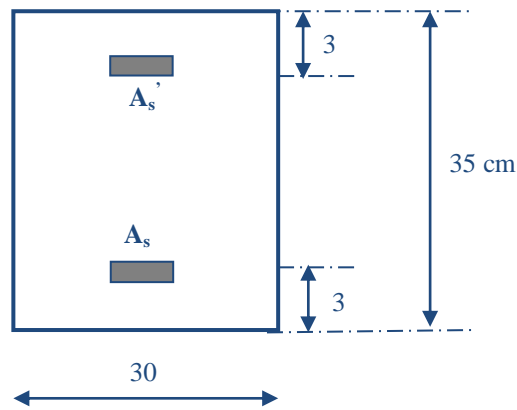
On demande de calculer et de disposer le ferrailage longitudinal et transversal de cette poutre avec toutes les vérifications qui s'imposent, à l'Etat Limite Ultime (E.L.U.)

Données :

Béton : $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$;

Acier : Fe E400 (Type I).

Fissuration peu préjudiciable.



Solution :

1. Calcul du ferrailage longitudinal :

Flexion :

$$\sigma_{bu} = f_{bc} = (0.85 \cdot f_{c28}) / \gamma_b = \frac{0.85 \times 25}{1.5} = 14.17 \text{ MPa}$$

$$\sigma_s = f_e / \gamma_s = \frac{400}{1.15} = 347.83 \text{ MPa}$$

On utilise les formules suivantes :

$$\mu = M_u / b \cdot d^2 \cdot f_{bc}$$

$$\alpha = 1.25 (1 - \sqrt{1 - 2\mu})$$

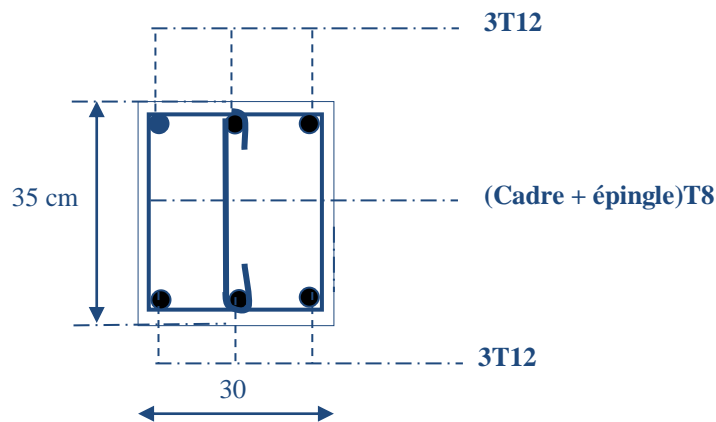
$$Z = d(1 - 0.4\alpha)$$

$$A_s = M_u / Z \sigma_s$$

$$A_{\min} = (0.23 \cdot b \cdot d \cdot f_{t28}) / f_e \quad \text{Avec ; } f_{t28} = 0.6 + 0.06f_{c28} = 2.1 \text{ MPa}$$

$$= \frac{0.23 \times 30 \times 32 \times 2.1}{400} \Rightarrow A_{\min} = 1.16 \text{ cm}^2$$

M_u (KN.m)	b(cm)	d(cm)	μ	α	Z(cm)	A_{\min}	A_s (cm ²)	$A_{\text{adoptée}}$ (cm ²)
30.48	30	32	0.07	0.09	30.84	1.16	2.87	3T12 = 3.39



Torsion :

$$M_T = 9.825 \text{ KN.m}$$

$$e = \frac{b}{6} = \frac{30}{6} = 5 \text{ cm}$$

$$\Omega = (b - e) \cdot (h - e) = (30 - 5) \cdot (35 - 5) = 750 \text{ cm}^2$$

$$U = 2 [(30 - 5) + (35 - 5)] = 110 \text{ cm}$$

$$A_1 = \frac{M_T \cdot U}{2\Omega \sigma_s} = \frac{9.825 \times 10^3 \times 110}{2 \times 750 \times 347.83} = 2.07 \text{ cm}^2$$

On adopte : 2T12 = 2.26 cm²

2. Calcul du ferrailage transversal :

Flexion :

Vérification de la contrainte tangentielle :

$$T_U = 47,82 \text{ KN}$$

$$\tau_u = \frac{T_u}{b * d}$$

$$\tau_u = \frac{47.82 \times 1000}{300 \times 320} = 0,5 \text{ MPa} :$$

$$\tau_{UT} = \frac{M_T}{2\Omega e} = \frac{9,825 \times 10^3}{2 \times 750 \times 5} = 1,31 \text{ MPa}$$

$$\bar{\tau}_u = \min \left\{ 0,2 \frac{f_{c28}}{\gamma_b} ; 5 \text{ MPa} \right\} = 3,34 \text{ MPa} \quad \text{FPP}$$

La contrainte résultante est limitée à : $\tau_{UT}^2 + \tau_{UV}^2 \leq \bar{\tau}_U^2$

$$\Rightarrow (0,50)^2 + (1,31)^2 = 1,97 \text{ MPa}^2 < (3,34)^2 = 11,16 \text{ MPa}^2 \quad \text{Condition vérifiée.}$$

Espacement minimal:

$$A_t (3T8) = 1,51 \text{ cm}^2$$

$$\begin{cases} S_t \leq \frac{0,9 A_t \cdot f_e}{b(\tau_u - 0,3 \cdot f_{tj} K) \gamma_s} & K = 1 \\ S_t < 0 \end{cases}$$

Espacement maximal:

$$\bar{S}_t = \min \left\{ 0,9 \cdot d ; 40 \text{ cm} ; \frac{A_t \times f_e}{0,4 \times b} \right\} = 28,8 \text{ cm}$$

On prend $S_t = 25 \text{ cm}$

Torsion :

$$A_t = \frac{M_T \cdot S_t}{2\Omega \sigma_s} = \frac{9,825 \times 10^3 \times 25}{2 \times 750 \times 347,83} = 0,47 \text{ cm}^2$$

On adopte un épingle T8 $\Rightarrow A_t = 0,50 \text{ cm}^2$

3. Disposition finale du ferrailage :

