

## SERIE N°(6) : Effort tranchant à l'ELU

### Exercice N°(1) :

Soit une poutre console en béton armé de 2 m de portée et de section en T, soumise à une combinaison d'actions permanente et d'exploitation comme le montre la figure ci-contre, on vous demande :

- 1) De calculer le ferrailage longitudinal de cette console à l'E.L.U. et de vérifier les contraintes à l'E.L.S. si la fissuration est non préjudiciable.
- 2) De calculer le ferrailage transversal de cette console avec toutes les vérifications qui s'imposent à l'E.L.U.

#### Données :

$G = 25 \text{ KN/m}$ . et  $Q = 20 \text{ KN/m}$ .

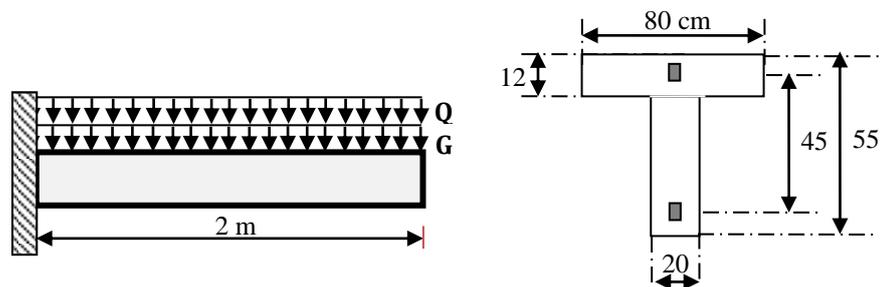
#### Béton :

$f_{c28} = 20 \text{ MPa}$

Il y a reprise de bétonnage.

#### Acier :

Fe E400 (Type I)



### Exercice N°(2) :

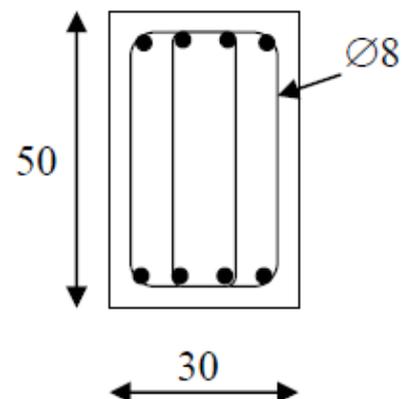
Soit une poutre rectangulaire d'une portée  $L = 6 \text{ m}$  soumise à un effort tranchant  $V_u = 200 \text{ KN}$ .

Si les aciers longitudinaux sont en Fe E400 et les cadres transversaux sont droits et de nuance **FeE240**.

Sachant que  $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$  ; la fissuration est préjudiciable et il n'y a pas de reprise de bétonnage.

On demande de :

- Calculer les armatures transversales de la poutre.
- Vérifier les abouts de la poutre lorsqu'elle est solidaire d'un poteau de section  $(30 \times 30) \text{ cm}^2$ .



## Solutions :

### Exercice N°(1) :

#### 1. Calcul des efforts internes :

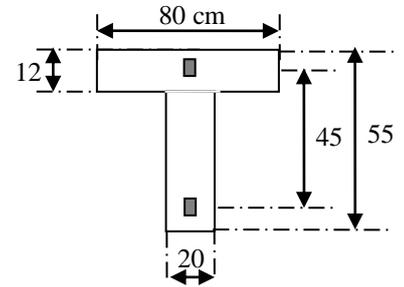
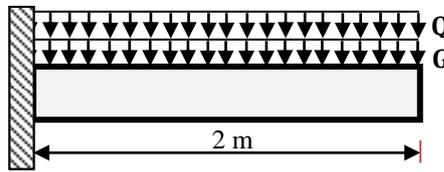
$$q_u = 1,35G + 1,50Q$$

$$= 1,35 \times 25 + 1,5 \times 20$$

$$q_u = 63,75 \text{ KN/m}$$

$$q_{ser} = G + Q = 25 + 20$$

$$q_{ser} = 45 \text{ KN/m}$$



à  $x = 0 \text{ m}$  (section d'encastrement)  $\rightarrow M^{\max} = -\frac{q l^2}{2}$  et  $V_u^{\max} = q_u l$

$$M_u = -127,5 \text{ KN.m}$$

$$M_{ser} = -90 \text{ KN.m}$$

$$V_u^{\max} = 127,5 \text{ KN}$$

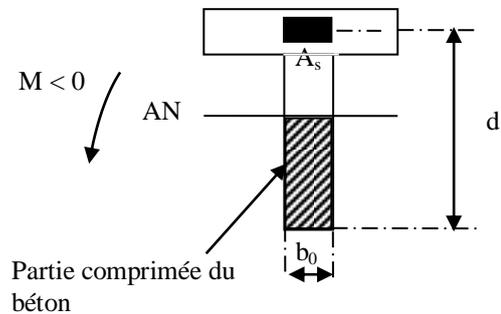
Puisque le moment  $M < 0$ , les fibres tendues dans la section en Té seront en haut par rapport à l'A.N. et les fibres comprimées seront en bas donc la forme en Té sera dans la partie tendue qui est selon les hypothèses du BAEL à l'ELU négligée  $\rightarrow$  le calcul se fait pour une section rectangulaire ( $b_0 \times d$ )

#### 2. Calcul du ferrailage longitudinal à l'ELU :

$$f_{bu} = \frac{0,85 f_{c28}}{\gamma_b} \Rightarrow f_{bu} = 11,33 \text{ MPa}$$

Le moment réduit :

$$\mu = \frac{M_u}{b_0 d^2 f_{bu}} = \frac{127,5 \cdot 10^3}{20 \times (50)^2 \times 11,33} \Rightarrow \mu = 0,225$$



$$\mu > 0,186 \Rightarrow \text{pivot B} \Rightarrow \text{on calcule } \mu_1 = 0,8\alpha_1(1 - 0,4\alpha_1)$$

D'après le théorème des triangles semblables, on a :  $\alpha_1 = \frac{3,5\text{‰}}{3,5\text{‰} + \epsilon_1}$

$$\text{et } \epsilon_1 = \frac{f_e}{\gamma_s E_s} = \frac{400}{1,15 \times 2 \times 10^5} = 1,74 \times 10^{-3} = 1,74 \text{ ‰}$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = 0,668 \Rightarrow \mu_1 = 0,392$$

On remarque que  $\mu = 0,225 < \mu_1 = 0,392 \Rightarrow$  section simplement armée ( $A_s' = 0$ )

$$\Rightarrow \sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} = 347,83 \text{ Mpa}$$

$$\alpha = 1,25 \times \left(1 - \sqrt{1 - 2\mu}\right) = 0,323$$

$$Z = d \times (1 - 0,4\alpha) = 43,55 \text{ cm}$$

$$A_s = \frac{M_U}{Z\sigma_s} = 8,42 \text{ cm}^2$$

**Condition de non fragilité :**

$$A_s \geq A_{\min} = \frac{0,23b_0df_{t28}}{f_e} = 1,04 \text{ cm}^2$$

Avec ;  $f_{t28} = 0.6 + 0.06f_{c28} = 1,8 \text{ MPa}$

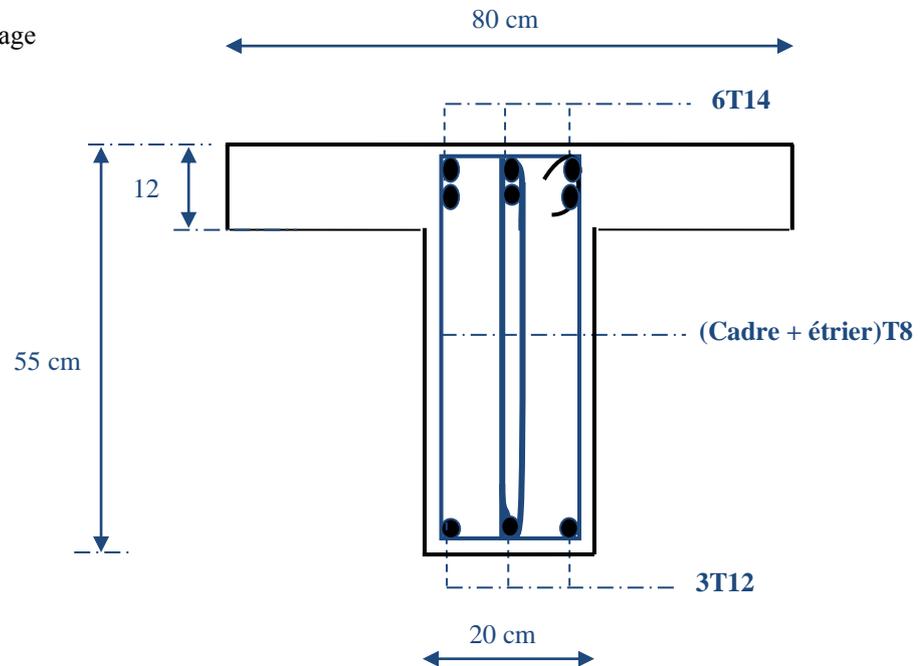
**Dispositions constructives :**

L'armature supérieure :

$$A_{\text{adoptée}}(6T14) = 9,24 \text{ cm}^2$$

L'armature inférieure : montage

$$A'_s(3T12) = 3,39 \text{ cm}^2$$



**3. vérification des contraintes à l'ELS :**

$$M_{\text{ser}} = 90 \text{ KN.m} \quad \text{et} \quad A_s = 9,24 \text{ cm}^2$$

Puisque la fissuration est peu préjudiciable, il faut vérifier la condition :  $\sigma_{bc} < 0.6 f_{c28} = 12 \text{ MPa}$

Position de l'AN:

$$\frac{1}{2} b y^2 - 15A_s(d - y) = 0 \Rightarrow 10y^2 + 138,6y - 6930 = 0$$

$$\sqrt{\Delta} = 544,44 \Rightarrow y = 20,29 \text{ cm}$$

Moment d'inertie :

$$I = \frac{by^3}{3} + 15A_s(d - y)^2 \Rightarrow I = 178\,027,15 \text{ cm}^4$$

$$\sigma_{bc} = \frac{90 \times 10^6 \times 20,29 \times 10}{178027,15 \times 10^4} = 10,26 \text{ MPa} < 12 \text{ MPa} \quad (\text{condition vérifiée})$$

$$\sigma_{st} = \frac{n M_{ser} (d - y)}{I} = \frac{15 \times 90 \times 10^6 (50 - 20,29) \times 10}{178027,15 \times 10^4} = 225,3 \text{ MPa}$$

#### **4. Calcul du ferrailage transversal :**

Vérification de la contrainte de cisaillement:

$$\tau_U = \frac{Vu}{bd} = \frac{127,5 \times 10^3}{200 \times 500} = 1,275 \text{ MPa}$$

$$\bar{\tau}_u = \min \left\{ 0,2 \frac{f_{c28}}{\gamma_b}; 5 \text{ MPa} \right\} = 2,67 \text{ MPa} \quad \text{FPP}$$

*On remarque que :*  $\tau_U < \bar{\tau}_U$

Diamètre de l'armature transversale :

$$\varphi_t = 0,8 \text{ cm} < \min \left\{ \frac{h}{35}; \varphi_l; \frac{b}{10} \right\} = 1,4 \text{ cm}$$

Espacement minimal:

$$A_t (4T8) = 2,01 \text{ cm}^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S_t \leq \frac{0,9 A_t \cdot f_e}{b(\tau_u - 0,3 \cdot f_{ij} K) \gamma_s} \quad K = 0 \\ S_t \leq 24,68 \text{ cm} \\ \text{On prend } S_{t0} = 20 \text{ cm} \end{array} \right.$$

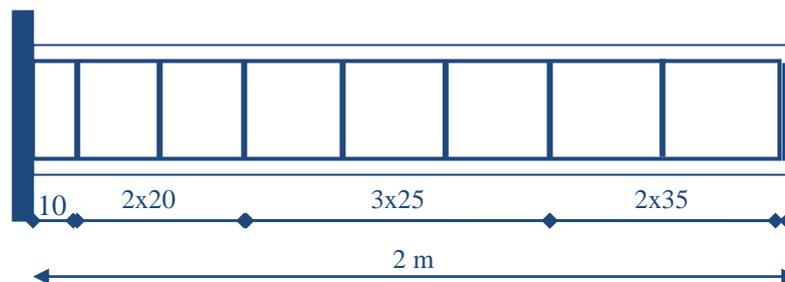
Espacement maximal:

$$\bar{S}_t = \min \{ 0,9 \cdot d; 40 \text{ cm} \} = 40 \text{ cm}$$

CNF:

$$\frac{A_t \times f_e}{b \times S_t} = \frac{2,01 \times 400}{20 \times 20} = 2,01 \text{ MPa} > \max \left\{ \frac{\tau_u}{2}; 0,4 \text{ MPa} \right\} = 0,6375 \text{ MPa}$$

**Disposition des cadres suivant la suite de Caquot :**



## Exercice N° (2) :

### 1. Calcul des armatures transversales :

a) Contrainte tangente conventionnelle :

$V_u = 200 \text{ KN}$  (effort tranchant max pour une poutre simplement appuyée)

$$\rightarrow \tau_U = \frac{V_u}{bd} = \frac{200 \times 10^3}{300 \times 450} = 1,48 \text{ MPa}$$

$$\bar{\tau}_u = \min \left\{ 0,15 \frac{f_{c28}}{\gamma_b}; 4 \text{ MPa} \right\} = 2,50 \text{ MPa} \quad \text{Pour une fissuration préjudiciable}$$

On remarque que :  $\tau_U < \bar{\tau}_U$

b) Diamètre de l'armature transversale :

$$\varphi_t = 0,8 \text{ cm} < \min \left\{ \frac{h}{35}; \varphi_l; \frac{b}{10} \right\} = \min \{ 1,43; 1,2; 3 \} = 1,2 \text{ cm}$$

c) Espacement minimal:

$$A_t (4T8) = 2,01 \text{ cm}^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S_t \leq \frac{0,9 A_t \cdot f_e}{b(\tau_u - 0,3 \cdot f_{ij} K) \gamma_s} \quad K = 1 \\ S_t \leq 14,81 \text{ cm} \end{array} \right.$$

On prend  $S_{to} = 13 \text{ cm}$  selon la suite de Caquot

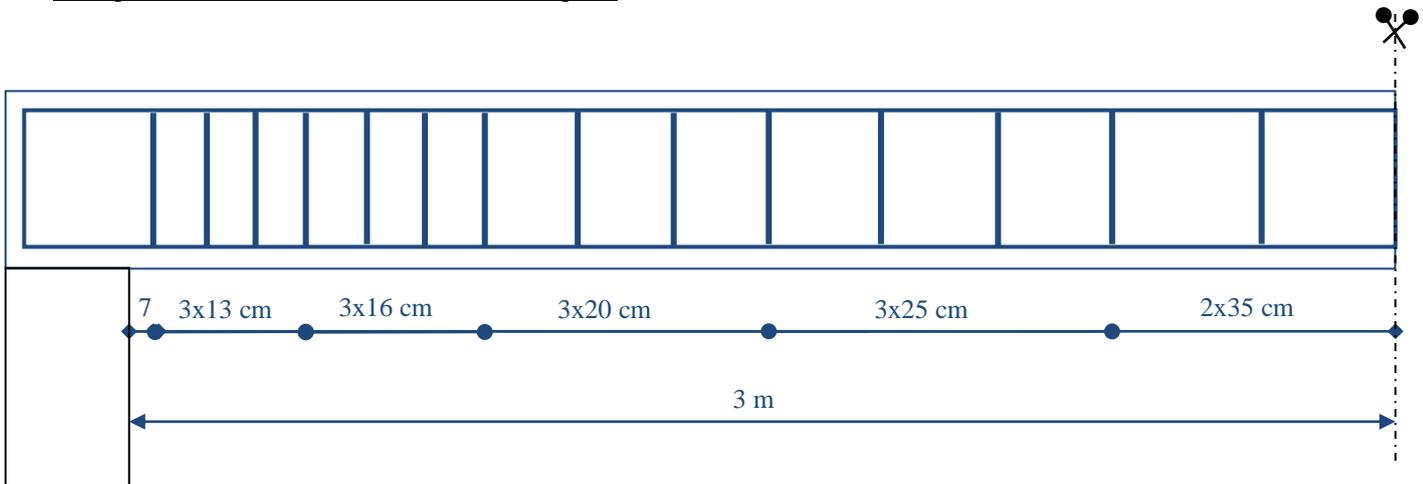
d) Espacement maximal:

$$\bar{S}_t = \min \{ 0,9 \cdot d; 40 \text{ cm} \} = \min \{ 40,5; 40 \} = 40 \text{ cm}$$

e) CNF:

$$\frac{A_t \times f_e}{b \times S_t} = \frac{2,01 \times 240}{30 \times 13} = 1,24 \text{ MPa} > \max \left\{ \frac{\tau_u}{2}; 0,4 \text{ MPa} \right\} = 0,74 \text{ MPa}$$

f) Disposition des cadres suivant la suite de Caquot :



## **2. Vérification des abouts de la poutre :**

a) Contrainte de compression dans la bielle d'appui :

$$\sigma_{bc} = \frac{2V_u}{a \times b} \leq \frac{0,8f_{c28}}{\gamma_b} = 13,33MPa$$

$$a = b_1 - (2 + 3) = 30 - 5 = 25 \text{ cm}$$

$$\text{Donc ; } \sigma_{bc} = \frac{2 \times 200 \times 10^3}{250 \times 300} = 5,33MPa < \overline{\sigma_{bc}} = 13,33MPa \quad \text{ok}$$

b) Section minimale des aciers inférieurs :

$$A_l \geq \frac{1,15V_u}{f_e} = \frac{1,15 \times 200 \times 10^3}{400} \times 10^{-2}$$

$$\rightarrow A_l \geq 5,75cm^2$$

Au niveau de l'appui, on doit disposer des armatures inférieures constituées au minimum de 4HA14  $\rightarrow A_s$   
 $= 6,16 \text{ cm}^2$