

Exercice 1

Pour les systèmes suivants.

$$y(k) - y(k-1) + 0.21y(k-2) = 2u(k-1) + 3u(k-2)$$

$$y(k) - 0.2y(k-1) + 0.01y(k-2) = u(k-1) - 2u(k-2)$$

$$y(k) - 1.1y(k-1) + 0.1y(k-2) = 2u(k-1) + 3u(k-2)$$

$$y(k) - 0.04y(k-1) - y(k-2) + 0.04y(k-3) = u(k-2)$$

$$y(k) - y(k-1) + 4.25y(k-2) = u(k)$$

$$y(k) - 2.4y(k-1) + 1.69y(k-2) = u(k)$$

- Déterminer la fonction de transfert $G(z)$.
- Déterminer la réponse à une entrée échelon.
- Étudier la stabilité par inspection des pôles de la fonction de transfert et par le test de Jury.

Exercice 2

Pour le système suivant :

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 3s + 2}$$

- Déterminer la TZ pour $T_e = 1 \text{ sec}, T_e = 0.1 \text{ sec}$.
- en utilisant le théorème de la valeur finale, comparer les réponses de $G(s)$ et $G(z)$ à une entrée échelon.

Exercice 3

Pour le système de la figure 1 :

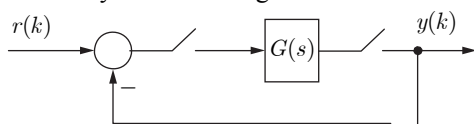


Figure 1

Avec $G(s) = \frac{-s + 1}{s^2 + 3s + 2}$.

- Déterminer $G(z)$ pour $T_e = 0.1 \text{ sec}$.
- En utilisant le théorème de la valeur finale, pour les configurations des figures 2.a et 2.b, déterminer les erreurs finales pour des entrées échelon, rampe t et quadratique $t^2/2$.

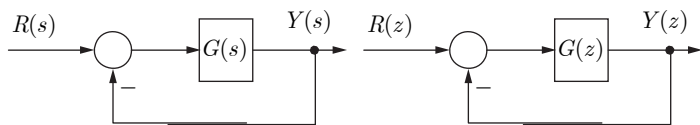


Figure 2.a

Figure 2.b

Exercice 4

1. Soit le système continu :

$$\dot{y}(t) + 0.1y(t) = 2u(t)$$

- En utilisant les méthodes de discrétisation Euler en avant, Euler en arrière et du trapèze, discrétiser le système avec un pas T_e .
- Déterminer, pour chaque cas, la fonction de transfert $G(z)$.
- Étudier, pour chaque cas, l'effet du choix de T_e sur la stabilité de $G(z)$.

2. refaire l'étude pour le système continu :

$$\ddot{y}(t) + 1.2\dot{y}(t) + 0.2y(t) = \dot{u}(t)$$

Note :

$$\dot{y}(k) = -0.1y(k) + 2u(k)$$

TD 2

$$\dot{y}(k-1) = -0.1y(k-1) + 2u(k-1)$$

Euler en avant : $\dot{y}(k-1) = \frac{y(k) - y(k-1)}{T_e}$

Euler en arrière : $\dot{y}(k) = \frac{y(k) - y(k-1)}{T_e}$

Trapèze : $\frac{\dot{y}(k) + \dot{y}(k-1)}{2} = \frac{y(k) - y(k-1)}{T_e}$

Exercice 5

- A partir des méthodes de discrétisation de l'exercice 4, déterminer les relations entre s et z (on prendra $\dot{y}(k) \rightarrow sY(z)$ et $\dot{y}(k-1) \rightarrow sz^{-1}Y(z)$).
- En écrivant la TZ comme $z = e^{sT_e}$, $z = \frac{1}{e^{-sT_e}}$ et $z = \frac{e^{sT_e/2}}{e^{-sT_e/2}}$, et en utilisant le développement en série de Taylor du 1^{er} ordre, déterminer les relations approximatives entre s et z .

Note: série de Taylor du 1^{er} ordre : $e^x \approx 1 + x$

Exercice 6

Pour le système de la figure 3 :

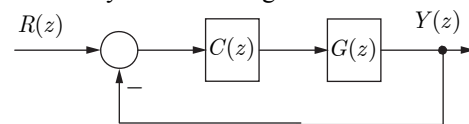


Figure 3

- En utilisant le théorème de la valeur finale, déterminer l'expression de l'erreur finale pour une entrée échelon.
- On suppose que

$$G(z) = \frac{z - 0.8}{(z - 0.3)(z - 1.1)}$$

Déterminer la valeur finale de l'erreur pour :

- $C(z) = K$
- $C(z) = \frac{z - 1.1}{(z - 0.5)}$
- $C(z) = \frac{z - 1.1}{(z - 1)}$

- Interpréter les résultats obtenus.