

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Larbi Ben M'hidi Oum El Bouaghi

Faculté des Sciences et Sciences Appliquées Ain Beida

Département de Génie Mécanique

Cours

Moteurs à Combustion Interne

Et Exercices d'applications corrigés

Destiné aux étudiants 3^{èmes} Année Licence Energétique

Présenté par : Dr Tayeb OUKSEL

ouksel@yahoo.fr

Année universitaire 2020-2021

GENERALITES SUR LES MCI

1-Introduction

Le moteur est connu comme étant un transformateur d'énergie, depuis son invention on n'a pas cessé de le modifier, perfectionner pour en tirer le maximum d'énergie.

Plus particulièrement, le moteur à combustion interne transforme l'énergie calorifique libérée par la combustion du combustible en énergie mécanique. Cette transformation est effectuée au cours d'un cycle moteur qui représente un processus physico-chimique complexe se répétant périodiquement dans le cylindre du moteur.

La perfection du cycle moteur est très importante, car elle influe directement sur la puissance, l'économie, sureté de fonctionnement, toxicité et longévité du moteur ainsi que sur d'autres paramètres.

Le cycle moteur est caractérisé par les paramètres suivants :

- De travail spécifique (Pression moyenne indiquée) et d'économie (Rendement indiqué) ;
- De charge mécanique et dynamique sur les pièces de l'embellage (Pression maximale des gaz brulés et la vitesse d'accroissement de pression au cours du processus de combustion) ;
- De charge thermique (Température maximale des gaz et celle à la fin de détente) ;
- D'état du fluide moteur au début du processus d'admission (pression et température des gaz).

2) Principe de fonctionnement d'un moteur :

2.1. Caractéristiques:

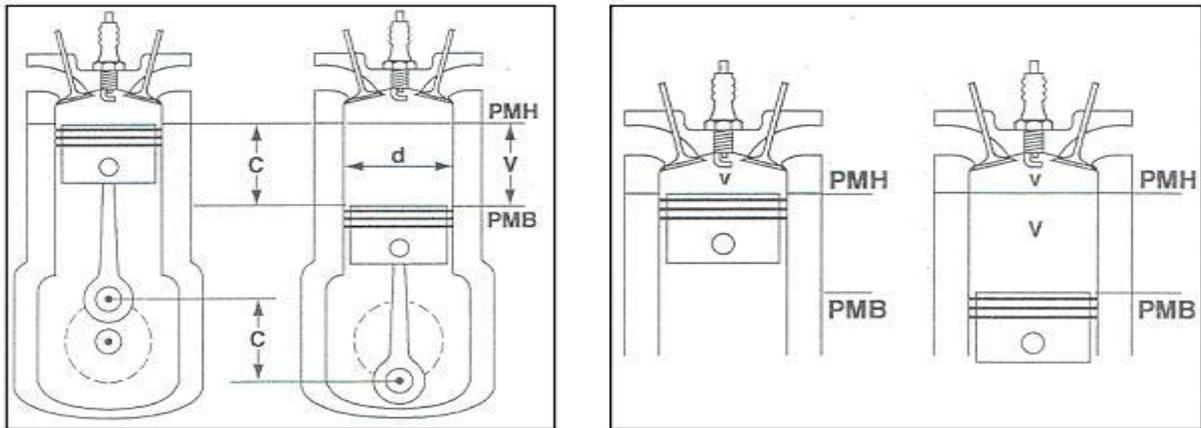


Figure 1.1: Caractéristiques géométriques d'un MCI

- L'alésage :

L'alésage « d » (en centimètre) est le diamètre intérieur du cylindre.

- La course :

La course « C » (en centimètre) est la distance parcourue par le piston entre son Point Mort Haut (PMH) et son Point Mort Bas (PMB).

- La cylindrée :

La cylindrée unitaire « V » (en centimètre cube) est le volume compris dans un cylindre entre la PMH et le PMB. $V = (\pi \cdot d^2 / 4) \cdot C$

- La cylindrée totale :

La cylindrée totale « Vt » (en centimètre cube) est égale à la cylindrée unitaire multipliée par le nombre de cylindres n. $V_t = V \cdot n$

- Le rapport volumétrique (taux de compression) :

C'est le rapport entre le volume total dans le cylindre (quand le piston est au PMB) et le volume restant quand le piston est au PMH (volume mort ou volume de la chambre de combustion).

$$\epsilon = \frac{V + v}{v}$$

2.2. Cycle 4 temps:

Problème posé : Assurer la combustion d'une charge (carburante + comburante) à l'intérieur d'une enceinte de volume variable.

L'accroissement de la pression « P » (en bar) dû à la combustion crée un effort « F » (en daN) sur la surface « S » (cm²) de l'élément mobile de l'enceinte (le piston) tel que $F = P \cdot S$.

La force « F » peut être convertie en travail mécanique « W » par le déplacement « L » du piston tel que $W=F.L$.

La détente du gaz dans le cylindre provoque le déplacement du piston. C'est la combustion et la détente des gaz qui produit cette phase motrice (ou temps moteur) et non une « explosion » comme on a improprement qualifié ce processus à son origine.

On remarque que la pression « P » évolue dans l'enceinte selon le déroulement contigu et contradictoire de la combustion et du déplacement du piston (c -à- d le déroulement de la combustion tend à faire croître la pression, mais la descente du piston fait croître le volume, donc tend à faire chuter la pression).

Avant de brûler la charge, 2 temps sont nécessaires :

- un temps pour l'introduction de la charge dans le cylindre (admission)
- un temps pour ramener le piston au début de sa course en comprimant la charge (compression)

Il faut ensuite initier la combustion (allumage).

Enfin, une fois la combustion-détente achevée, il faut évacuer les gaz brûlés (échappement) avant de recommencer un cycle.

On appelle cycle la succession des phases suivantes :

Admission, compression, combustion détente, échappement.

3-Architecture générale:

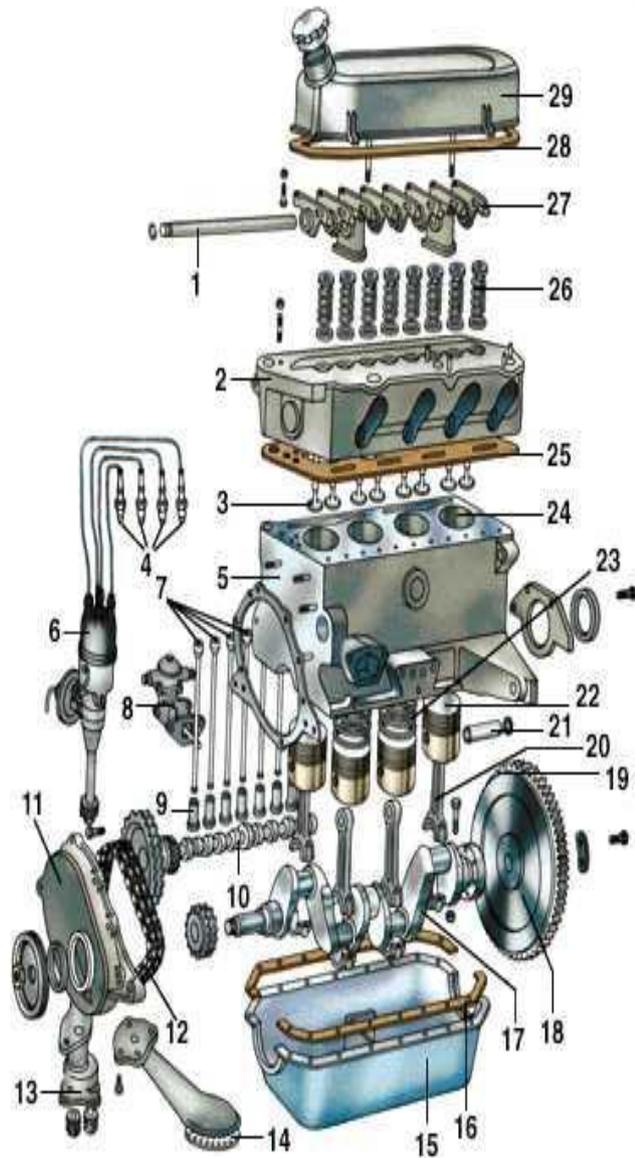


Fig.1.2 : Vue éclatée d'un moteur à explosion.

- 1) Axe des culbuteurs
- 2) culasse
- 3) soupapes
- 4) bougies
- 5) bloc cylindres
- 6) allumeur
- 7) tiges de commande des culbuteurs
- 8) pompe à essence
- 9) poussoirs
- 10) arbre à cames
- 11) carter de distribution
- 12) chaîne de distribution

- 13) pompe à huile
- 14) crépine de pompe à huile
- 15) carter
- 16) joint de carter
- 17) vilebrequin
- 18) volant moteur
- 19) couronne dentée entraînée par le démarreur
- 20) bielle
- 21) axe de piston
- 22) piston
- 23) segments
- 24) cylindre
- 25) joint de culasse
- 26) ressorts de soupapes
- 27) culbuteurs
- 28) joint de cache culbuteurs
- 29) cache culbuteurs

ETUDE THERMODYNAMIQUE DES CYCLES IDEAUX DES MCI

1 GENERALITES :

Pour obtenir le taux de perfection de chaque processus au moteur réel, par conséquent pour proposer la voie d'augmentation de l'économie et de l'aptitude au travail du cycle réel, il est nécessaire de mettre en évidence l'utilisation possible de chaleur du cycle thermodynamique,

autrement dit il est nécessaire de calculer le rendement thermodynamique théorique et la pression moyenne indiquée du cycle idéal.

En fonction du procédé de l'apport de chaleur par la source chaude, il y a trois types de cycle idéal :

- Cycle avec apport de chaleur à volume constant ;
- Cycle avec apport de chaleur à pression constante ;
- Cycle avec apport de chaleur mixte c - à - d avec apport de chaleur à volume et à pression constants

Considérons d'abord le cycle mixte, puisqu'il est le plus général.

2 CYCLE MIXTE :

Ce cycle est caractérisé par l'évolution d'une masse gazeuse m que l'on assimile en première approximation à un gaz parfait et dont on admet que l'échappement dans l'atmosphère et l'admission ultérieure équivalent à un refroidissement à volume constant (fig. 2.1). Le cycle est composé des processus suivants:

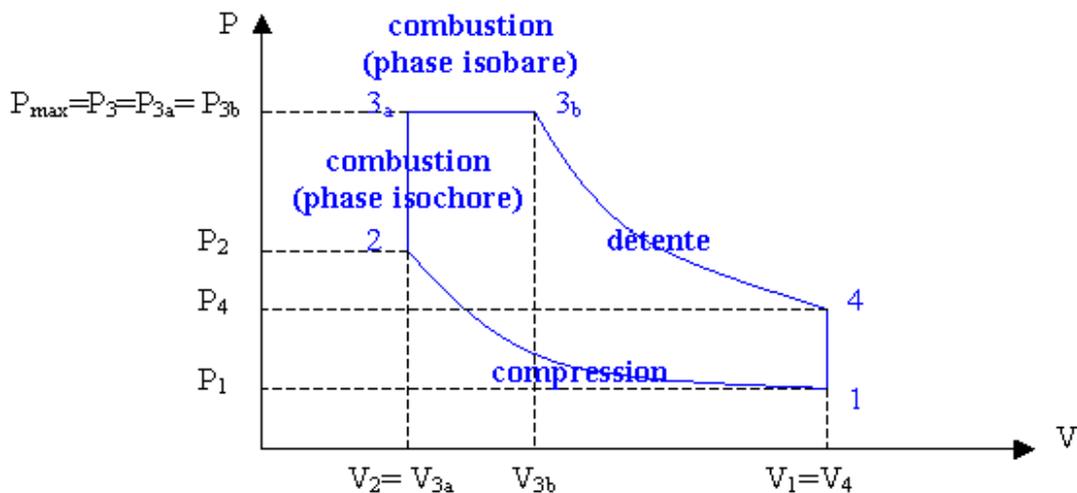


Figure 2.1 : Cycle mixte représenté sur les coordonnées P-V

De 1 à 2 : Compression adiabatique

De 2 à 3 : Apport de chaleur à volume constant par la source chaude ;

De 3 à 4 : Apport de chaleur à pression constante par la source chaude ;

De 4 à 5 : Détente adiabatique ;

De 5 à 1 : Transfert de chaleur à la source froide à volume constant.

2.1 Calcul du rendement thermodynamique théorique η_{th} :

Par définition :

$$\eta_{th} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1 + Q'_1}$$

$$\text{Avec } \begin{cases} Q_1 = m \cdot c_v \cdot (T_3 - T_2) \\ Q'_1 = m \cdot c_p \cdot (T_4 - T_3) \\ Q_2 = m \cdot c_v \cdot (T_5 - T_1) \end{cases}$$

Q_1, Q'_1 : Chaleurs apportées par la source chaude ;

Q_2 : Chaleur cédée à la source froide ;

T_1, T_2, T_3, T_4, T_5 : températures absolues du gaz correspondant respectivement aux états 1, 2, 3, 4 et 5 ;

c_v, c_p : Chaleurs massiques respectivement à volume constant et à pression constante.

En posant $\frac{c_p}{c_v} = \gamma$ nous avons évidemment :

$$\eta_{th} = 1 - \frac{m \cdot c_v \cdot (T_5 - T_1)}{m \cdot c_v \cdot (T_3 - T_2) + m \cdot c_p \cdot (T_4 - T_3)} = 1 - \frac{T_1}{T_2} \cdot \frac{\frac{T_5}{T_1} - 1}{\frac{T_3}{T_2} - 1 + \gamma \cdot \left(\frac{T_4}{T_2} - \frac{T_3}{T_2} \right)}$$

La relation d'état du gaz parfait donne les équations suivantes, en remarquant que :

$$V_1 = V_5, V_3 = V_2 \text{ et } P_4 = P_3$$

$$\begin{cases} P_5 \cdot V_5 = m \cdot r \cdot T_5 \\ P_1 \cdot V_1 = m \cdot r \cdot T_1 \end{cases}$$

$$\text{D'où } \frac{P_5}{P_1} = \frac{T_5}{T_1}$$

D'autre part :

$$\text{Sur l'adiabatique 1-2 on a : } P_1 \cdot V_1^\gamma = P_2 \cdot V_2^\gamma$$

$$\text{Sur l'adiabatique 4-5 on a : } P_5 \cdot V_5^\gamma = P_4 \cdot V_4^\gamma$$

$$\text{D'où : } \frac{P_5}{P_1} = \frac{P_4}{P_2} \cdot \left(\frac{V_4}{V_2}\right)^\gamma = \frac{P_3}{P_2} \cdot \left(\frac{V_4}{V_2}\right)^\gamma = \lambda \cdot (\varepsilon')^\gamma$$

Or :

$$\frac{T_5}{T_1} = \frac{P_5}{P_1} = \lambda \cdot (\varepsilon')^\gamma$$

Où : $\lambda = \frac{P_3}{P_2}$: taux d'augmentation de la pression durant la combustion

$\varepsilon' = \frac{V_4}{V_2}$: taux de détente préalable

Par ailleurs :

Sur l'adiabatique 1-2 on a : $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}}$

Sur l'isochore 2-3 on a : $\frac{T_3}{T_2} = \frac{P_3}{P_2} = \lambda$

Sur l'isobare 3-4 on a : $\frac{T_4}{T_3} = \frac{V_4}{V_3} = \varepsilon'$

$$\frac{T_4}{T_2} = \frac{T_4}{T_3} \cdot \frac{T_3}{T_2} = \varepsilon' \cdot \lambda$$

Où $\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$: taux de compression.

En remplaçant les résultats trouvés ci-dessus dans l'expression du rendement, on obtient le résultat final suivant :

$$\eta_{th} = 1 - \frac{1}{(\gamma - 1)} \cdot \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}} \cdot \frac{\lambda \cdot (\varepsilon')^\gamma - 1}{\lambda - 1 + \lambda \cdot \gamma (\varepsilon' - 1)}$$

2.2 Calcul de la pression moyenne indiquée : P_{mi}

Le travail effectué par la masse gazeuse m au cours du cycle C (1-2-3-4-5-1) est représenté par la surface hachurée dont l'aire est égale à $\oint_C P \cdot dV$. Ce travail est égal par ailleurs au produit de la différence de volume ($V_1 - V_2$) et de la pression moyenne indiquée P_{mi} de sorte que :

$$P_{mi} \cdot (V_1 - V_2) = \oint_C P \cdot dV$$

Sur les adiabatiques 1-2 et 4-5 nous avons évidemment : $P \cdot V^\gamma = Cte$

Posons : $P \cdot V^\gamma = A$ soit $P = \frac{A}{V^\gamma}$, d'où $\int P \cdot dV = -\frac{1}{\gamma-1} \cdot P \cdot V + Cte$

Nous en déduisons :

$$\int_1^2 P \cdot dV = -\frac{1}{\gamma-1} \cdot (P_2 \cdot V_2 - P_1 \cdot V_1) = -\frac{1}{\gamma-1} \cdot P_2 \cdot V_2 \cdot \left(1 - \frac{P_1}{P_2} \cdot \frac{V_1}{V_2}\right) =$$

$$= -\frac{1}{\gamma-1} \cdot P_2 \cdot V_2 \cdot \left(1 - \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^\gamma \cdot \frac{V_1}{V_2}\right) = -\frac{1}{\gamma-1} \cdot P_2 \cdot V_2 \cdot \left(1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}}\right)$$

$$\int_4^5 P \cdot dV = -\frac{1}{\gamma-1} \cdot (P_5 \cdot V_5 - P_4 \cdot V_4) = \frac{1}{\gamma-1} \cdot P_4 \cdot V_4 \cdot \left(1 - \frac{P_5}{P_4} \cdot \frac{V_5}{V_4}\right) =$$

$$= \frac{1}{\gamma-1} \cdot P_4 \cdot V_4 \cdot \left(1 - \left(\frac{V_4}{V_5}\right)^\gamma \cdot \frac{V_5}{V_4}\right) = \frac{1}{\gamma-1} \cdot P_4 \cdot V_4 \cdot \left(1 - \frac{1}{\delta^{\gamma-1}}\right)$$

$$\int_3^4 P \cdot dV = P_3 \cdot (V_4 - V_3) = P_3 \cdot V_3 \cdot \left(\frac{V_4}{V_3} - 1\right) = P_3 \cdot V_3 \cdot (\varepsilon' - 1)$$

Où $\delta = \frac{V_5}{V_4}$: taux de détente ultérieure

En remarquant que le travail de 2 - 3 et de 5 - 1 est nul, nous obtenons :

$$P_{mi} \cdot V_2 \left(\frac{V_1}{V_2} - 1\right) = P_3 \cdot V_3 \cdot (\varepsilon' - 1) + \frac{P_4 \cdot V_4}{\gamma-1} \cdot \left(1 - \frac{1}{\delta^{\gamma-1}}\right) - \frac{P_2 \cdot V_2}{\gamma-1} \cdot \left(1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}}\right)$$

$$P_{mi} \cdot V_2 (\varepsilon - 1) = P_2 \cdot V_2 \left[\frac{P_3}{P_2} \cdot \frac{V_3}{V_2} \cdot (\varepsilon' - 1) + \frac{1}{\gamma-1} \cdot \frac{P_4}{P_2} \cdot \frac{V_4}{V_2} \cdot \left(1 - \frac{1}{\delta^{\gamma-1}}\right) - \frac{1}{\gamma-1} \cdot \left(1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}}\right) \right]$$

Compte tenu de $P_2 = P_1 \cdot \varepsilon^\gamma$, il vient finalement :

$$P_{mi} = P_1 \cdot \frac{\varepsilon^\gamma}{(\varepsilon - 1)} \left[\lambda \cdot (\varepsilon' - 1) + \frac{\lambda \cdot \varepsilon'}{\gamma-1} \cdot \left(1 - \frac{1}{\delta^{\gamma-1}}\right) - \frac{1}{\gamma-1} \cdot \left(1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}}\right) \right]$$

3. Cycle avec apport de chaleur à volume constant (Couramment appelé le cycle de beau de ROCHAS)

Ce cycle est caractérisé par les processus suivants (fig 2.2) :

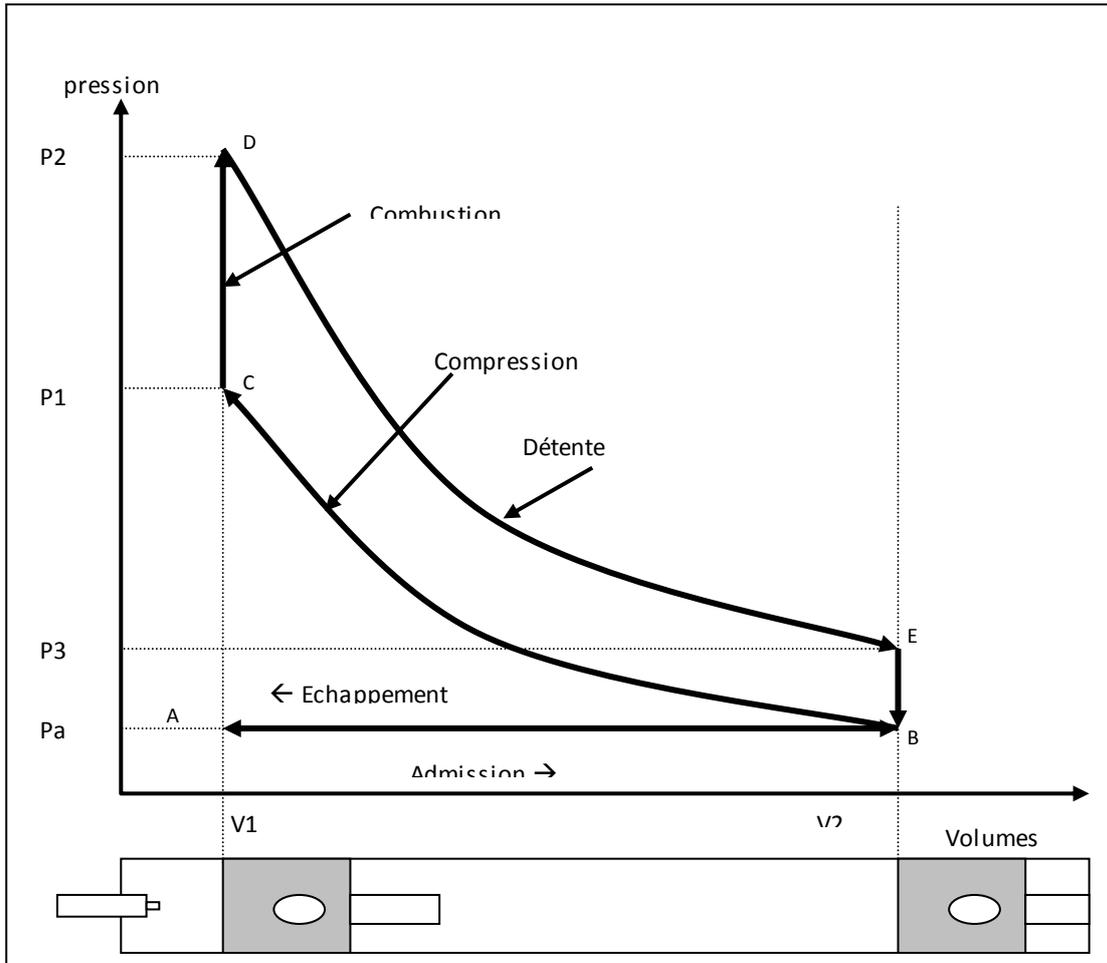


Figure 2.2 : Cycle théorique de Beau de rochas

A→B : Aspiration du gaz à la pression atmosphérique dans le cylindre le long de la droite isobare AB ($P_A = P_B = P_a$).

B→C : Compression adiabatique BC jusqu'au volume minimal V_1 , la pression devenant : P_1

C→D : Combustion instantanée du gaz à volume constant le long de la droite isochore CD avec une forte élévation de température à T_2 et de la pression à P_2 .

D→E : Détente du gaz chaud le long de l'adiabatique DE qui ramène le volume à V_2 , mais à une pression P_3 supérieure à celle de l'atmosphère.

E→B : Détente théorique des gaz dans le cylindre donc la pression tombe instantanément à la pression atmosphérique le long de l'isochore EB, la température redescend.

B→A : Echappement des gaz brûlés en décrivant l'isobare BA. Retour au point de départ A.

Après avoir comparé le cycle de Beau de ROCHAS avec celui mixte on remarque que $\varepsilon' = 1$ et $\delta = \varepsilon$. En remplaçant ε' et δ par leurs valeurs, nous obtenons :

$$\eta_{th} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}}$$

$$P_{mi} = P_1 \cdot \frac{1}{\gamma-1} \cdot \frac{\varepsilon \cdot (\lambda-1)}{(\varepsilon-1)} \cdot (\varepsilon^{\gamma-1} - 1)$$

Le rendement thermodynamique du cycle de beau de Rochas est donc fonction du rapport des chaleurs massiques γ du fluide évoluant et du rapport volumétrique de compression et de détente ε .

La pression moyenne indiquée de celui-ci est donc fonction de quatre paramètres :

- rapport des chaleurs massiques du fluide évoluant γ ;
- rapport des volumes extrêmes d'évolution ε ;
- rapport des pressions de fin de combustion λ ;
- pression absolue initiale P_1

Toute augmentation de P_1 , de ε , de λ entraîne une élévation de la pression moyenne indiquée. Cette remarque donne une première idée de l'intérêt que présente la suralimentation (afin d'augmenter P_1) et l'accroissement du rapport volumétrique ε du point de vue de l'augmentation de P_{mi} et de η_{th} .

4. Cycle avec apport de chaleur a pression constante (Couramment appelé le cycle DIESEL)

Ce cycle est caractérisé par les processus suivants (fig.2.3) :

- de 1 à 2 : compression adiabatique
- de 2 à 3 : apport de chaleur à pression constante par la source chaude
- de 3 à 4 : détente adiabatique
- de 4 à 1 : transfert de chaleur à la source froide

Après avoir comparé le cycle diesel avec celui mixte on remarque que $\lambda = 1$. En remplaçant λ par sa valeur, il vient :

$$\eta_{th} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}} \cdot \frac{(\varepsilon')^{\gamma} - 1}{\gamma(\varepsilon' - 1)}$$

$$P_{mi} = P_1 \cdot \frac{\varepsilon^{\gamma}}{(\varepsilon-1)} \left[(\varepsilon' - 1) + \frac{\varepsilon'}{\gamma-1} \cdot \left(1 - \frac{1}{\delta^{\gamma-1}} \right) - \frac{1}{\gamma-1} \cdot \left(1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}} \right) \right]$$

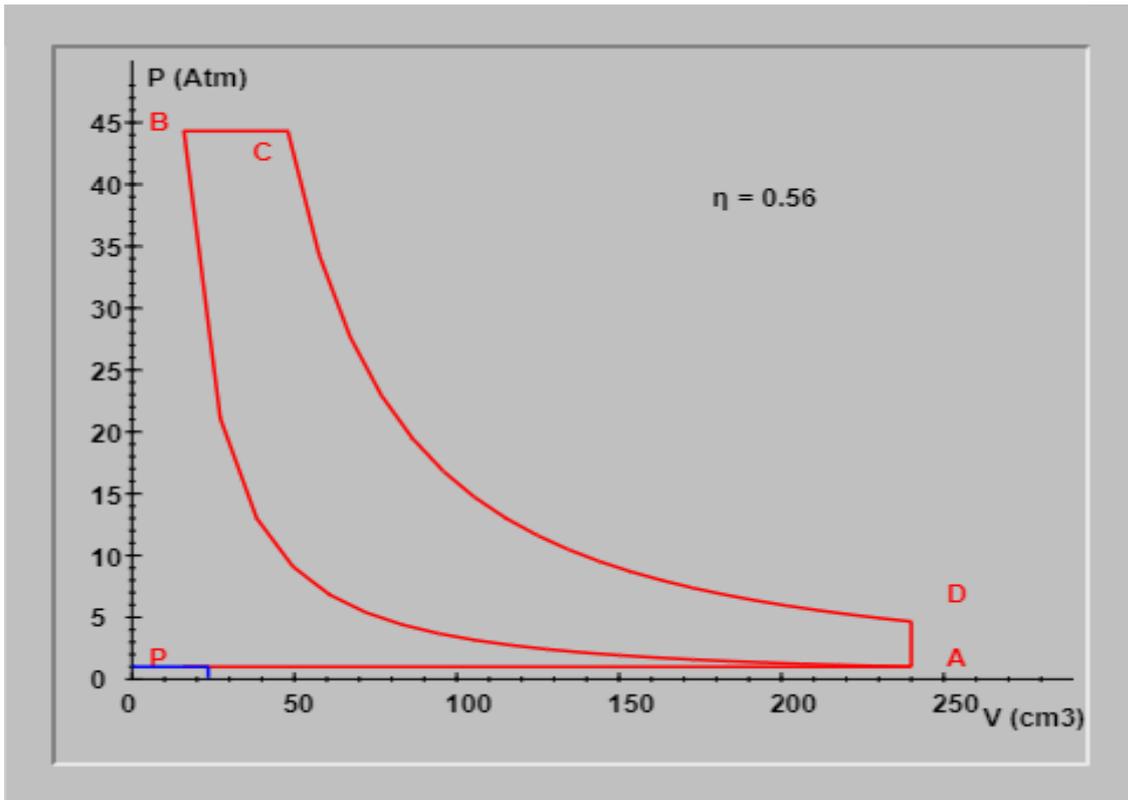


Figure 2.3 : Cycle DIESEL

Nous remarquons que le rendement du cycle de Diesel est toujours inférieur au rendement du cycle de beau Rochas à même rapport volumétrique de compression.

Dans le cycle Diesel l'évolution de la pression moyenne indiquée P_{mi} dépend également de quatre paramètres : de P_1 , de γ , de ε et de (δ et ε').

5. Comparaison des cycles idéaux :

Efféctuons, comme exemple d'application, la comparaison des rendements et pressions moyennes indiquées des cycles à $V = Cst$ à $P = Cste$ et mixte pour un même rapport volumétrique de compression.

Prenons les valeurs suivantes : $\varepsilon = 10$; $\gamma = 1.4$ et $P_1 = 1 \text{ bar}$.

- Pour le cycle à $V = Cst$, en posant $\lambda_V = 4$

$$\eta_{th} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}} = 1 - \frac{1}{10^{1.4-1}} = 0.60$$

$$P_{mi} = P_1 \cdot \frac{1}{\gamma-1} \cdot \frac{\varepsilon \cdot (\lambda-1)}{(\varepsilon-1)} \cdot (\varepsilon^{\gamma-1} - 1) = 1 \cdot \frac{1}{1.4-1} \cdot \frac{10 \cdot (4-1)}{(10-1)} \cdot (10^{1.4-1} - 1) = 12.6 \text{ bars}$$

- Pour le cycle à P = Cste :

$$\varepsilon' = 1 + \frac{(\lambda - 1)}{\gamma} = 1 + \frac{(4 - 1)}{1.4} = 3.143$$

$$\delta = \frac{\varepsilon}{\varepsilon'} = \frac{10}{3.143} = 3.182$$

$$\eta_{th} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}} \cdot \frac{(\varepsilon')^{\gamma} - 1}{\gamma(\varepsilon' - 1)} = 1 - \frac{1}{10^{1.4-1}} \cdot \frac{(3.143)^{1.4} - 1}{1.4 \cdot (3.143 - 1)} = 0.473$$

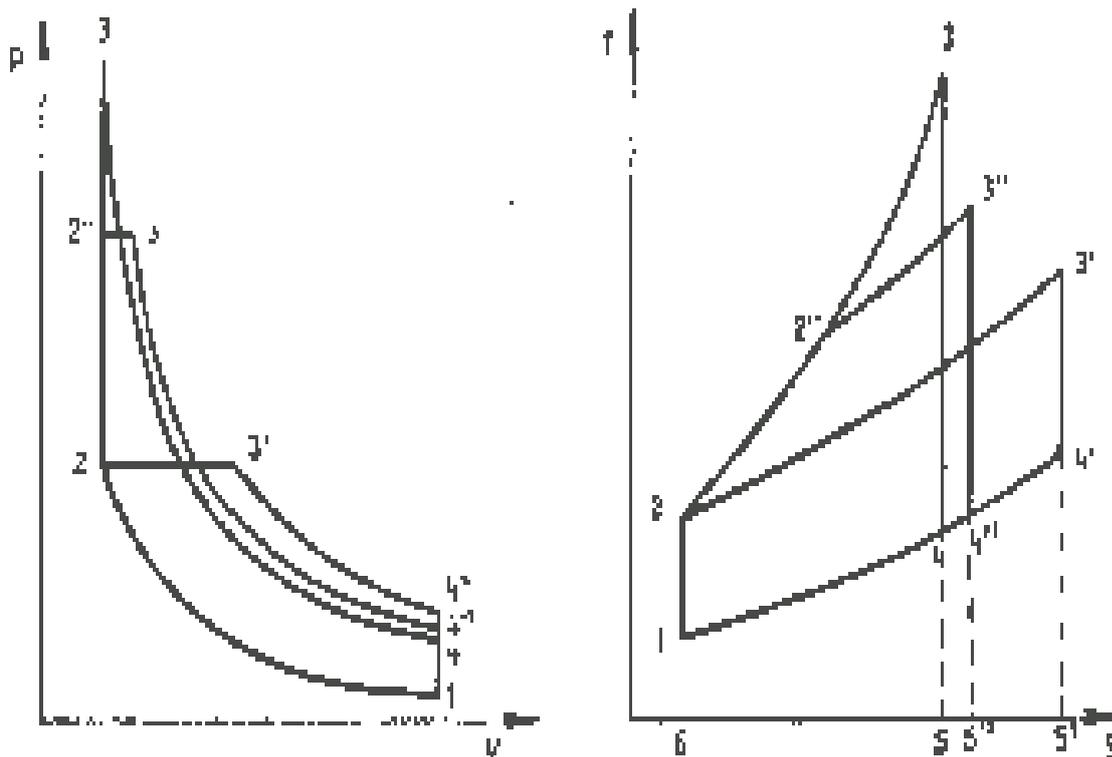
$$P_{mi} = P_1 \cdot \frac{\varepsilon^{\gamma}}{(\varepsilon - 1)} \left[(\varepsilon' - 1) + \frac{\varepsilon'}{\gamma - 1} \cdot \left(1 - \frac{1}{\delta^{\gamma-1}} \right) - \frac{1}{\gamma - 1} \cdot \left(1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}} \right) \right] = 9.9 \text{ bars}$$

- Pour le cycle mixte, en posant $\lambda_m = 2$

$$\varepsilon'_m = 1 + \frac{(\lambda \gamma - \lambda_m)}{\gamma \cdot \lambda_m} = 1 + \frac{(4 \cdot 2 - 2)}{1.4 \cdot 2} = 1.714 \text{ et } \delta = \frac{\varepsilon}{\varepsilon'_m} = \frac{10}{1.714} = 5.834$$

$$\eta_{th} = 1 - \frac{1}{(\gamma - 1)} \cdot \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}} \cdot \frac{\lambda(\varepsilon')^{\gamma} - 1}{\lambda - 1 + \lambda \gamma (\varepsilon' - 1)} = 0.568$$

$$P_{mi} = P_1 \cdot \frac{\varepsilon^{\gamma}}{(\varepsilon - 1)} \left[(\varepsilon' - 1) + \frac{\varepsilon'}{\gamma - 1} \cdot \left(1 - \frac{1}{\delta^{\gamma-1}} \right) - \frac{1}{\gamma - 1} \cdot \left(1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}} \right) \right] = 11.89 \text{ bars}$$



Los tres ciclos teóricos a igualdad de relación de compresión γ y de cantidad de calor introducido.

Figure 2.4 : Comparaison des 3 cycles idéaux

Du point de vue thermodynamique cet exemple montre la supériorité marquée du cycle avec apport de chaleur à $V = \text{Cst}$.

Remarque : En pratique le rendement thermodynamique du cycle mixte est toujours supérieur au rendement du cycle à $V = \text{Cst}$, car le taux de compression d'un moteur Diesel varie de 15 à 22 ; tandis que celui d'un moteur à carburateur varie de 8 à 12.

EXERCICES D'APPLICATION :

EXO1 :

Un moteur thermique utilisant un fluide parfait décrit le cycle réversible d'OTTO (12341) composé de deux isochores reliées par 2 adiabatiques.

1----2 : Le mélange admis subit une compression adiabatique de l'état initial 1(P_1, V_1, T_1) à l'état 2(P_2, V_2, T_2) ;

2----3 : Combustion isochore de l'état 2 à l'état 3($P_3, V_3=V_2, T_3$) ;

3----4 : La combustion cesse en 3 et le mélange subit une détente adiabatique jusqu'à l'état 4($P_4, V_4=V_1, T_4$) ;

4----5 : Refroidissement isochore qui ramène le fluide à l'état initial.

- 1- Représenter le cycle d'OTTO sur un diagramme (P-V) ?
- 2- Exprimez le rendement de ce cycle, en fonction :
 - a- Des températures T_1, T_2, T_3 et T_4 ?
 - b- Du taux de compression $\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$ et le rapport des chaleurs massiques $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$?
- 3- Une automobile à moteur à essence possède les caractéristiques suivantes : taux de compression $\varepsilon = 7$; l'exposant adiabatique $\gamma = 1.4$.
 A la vitesse maximale du véhicule $v = 200$ Km/h correspondant à $N = 5000$ tours/min, la consommation est $C = 10$ litres d'essence aux 100 Km. L'essence a une masse volumique $\rho = 0.8$ Kg/litre et un pouvoir calorifique $q = 43.9$ KJ/gramme.
 Déterminer :
 - a- Le rendement de ce moteur à essence ?
 - b- La masse de carburant consommée à chaque cycle, à vitesse maximale ?
 - c- La puissance maximale de ce moteur, supposé idéal ?

EXO2 :

Ce cycle théorique correspond au fonctionnement d'un moteur à explosion à 4 temps dans lequel la combustion du carburant est remplacée par l'échauffement isochore d'un gaz dont la composition reste constante au cours du cycle.

Un gaz parfait diatomique ($\gamma = 1.4$) est admis à la pression de 1 bar dans le cylindre d'un moteur de volume $V_A = 0.1$ litre à la température de 300 K.

Il subit les transformations réversibles suivantes :

- A-----B : Compression adiabatique jusqu'au volume $V_B = 0.034$ litre de la chambre de combustion ;
- B-----C : Echauffement à volume constant jusqu'à atteindre une température $T_C = 2120$ K ;
- C-----D : Détente adiabatique jusqu'au volume initial ;
- D-----E : Refroidissement du gaz à volume constant jusqu'à la pression initiale.

1- Compléter le tableau 1 ?

Tableau 1 :

Etat	P(bar)	V(litre)	T(K)
A			
B			
C			
D			

EXO 3 :

Ce cycle théorique correspond au fonctionnement d'un moteur DIESEL dans lequel la combustion du fioul (gas-oil) est remplacée par l'échauffement isobare d'un gaz dont la composition reste constante au cours du cycle.

Un gaz parfait diatomique ($\gamma = 1.4$) est admis à la pression de 1 bar dans le cylindre d'un moteur de volume $V_A = 1$ litre à la température de 293 K.

Il subit les transformations réversibles suivantes :

- A-----B : Compression adiabatique jusqu'au volume $V_B = 0.1$ litre de la chambre de combustion ;
- B-----C : Echauffement à pression constante jusqu'au volume $V_C = 0.4$ litre ;
- C-----D : Détente adiabatique jusqu'au volume initial ;
- D-----E : Refroidissement du gaz à volume constant jusqu'à la pression initiale.

1- Compléter le tableau 1 ?

Tableau 1 :

Etat	P(bar)	V(litre)	T(K)
A			
B			
C			
D			

EXO4 :

Un moteur à combustion interne fonctionne suivant le cycle avec apport de chaleur à pression constante (Cycle DIESEL).

Ce cycle est caractérisé par les paramètres suivants :

$P_1 = 0.9$ bar ; $v_2 = 0.1$ (m^3 / Kg) ; $\varepsilon = 15$; $t_{max} = 1800$ °C et $\gamma = 1.4$.

- 1- Représentez ce cycle DIESEL sur un diagramme de Clapeyron P-V ?
- 2- Calculer les variables d'état du fluide moteur (P, v, T) aux points caractéristiques du cycle 1, 2, 3 et 4 ?
- 3- Calculer le taux de détente ultérieur δ , en déduire la valeur de ε' (Le taux de détente préalable) ?
- 4- Calculer le rendement de ce cycle ?

EXO5 :

Un moteur à combustion interne fonctionne suivant le cycle mixte (cycle de SABATHE).
Ce cycle est caractérisé par les paramètres suivants :

$$\lambda = 1.5, \gamma = 1.4, q_3 = 500 \text{ (Kj/Kg)}, \varepsilon = 12, t_1 = 60 \text{ }^\circ\text{C}, v_1 = 1 \text{ (m}^3/\text{Kg)}, P_{mi} = 4 \text{ bars.}$$

- 1- Tracer ce cycle sur un diagramme P-V ?
- 2- Calculer les variables d'état du fluide moteur (P, v, T) aux points caractéristiques du cycle 1, 2, 3, 4 et 5 ?
- 3- Calculer la quantité de chaleur apportée au cours du processus de combustion ?
- 4- Calculer le taux de détente ultérieureur δ ?
- 5- Que devient ce cycle lorsque $\delta = \varepsilon$?

EXO6 :

Un moteur à combustion interne fonctionne suivant le cycle mixte (cycle de SABATHE). Ce cycle est caractérisé par les paramètres suivants :

$$\lambda = 1.5, \gamma = 1.4, q_3 = 400 \text{ (Kj/Kg)}, \varepsilon = 14, t_1 = 70 \text{ }^\circ\text{C}, v_2 = 1 \text{ (m}^3/\text{Kg)}, \eta_{th} = 50 \%$$

- 1- Tracer ce cycle sur un diagramme P-V ?
- 2- Calculer les variables d'état du fluide moteur (P, v, T) aux points caractéristiques du cycle 1, 2, 3, 4 et 5 ?
- 3- Calculer la pression moyenne indiquée P_{mi} du cycle ?
- 4- Calculer le taux de détente préalable ε' ?
- 5- Que devient ce cycle lorsque $\varepsilon' = 1$?
- 6- Calculer la vitesse moyenne du piston de ce moteur sachant que $N=3000$ tours/min.

On donne : alésage du cylindre = $D = 90$ mm et le rapport course du piston/alésage du cylindre = 1.5 ?

SOLUTION DES EXERCICES D'APPLICATION :

Solution de l'EXO1 :

- 1- Représentation du cycle d'OTTO sur un diagramme P-V : (voir fig 2.1)
- 2- Expression du rendement en fonction :
 - a- Des températures T_1, T_2, T_3 et T_4 :

$$\eta_{th} = 1 - \frac{m \cdot c_v \cdot (T_4 - T_1)}{m \cdot c_v \cdot (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_1}{T_2} \cdot \frac{\left(\frac{T_4}{T_1} - 1\right)}{\left(\frac{T_3}{T_2} - 1\right)}$$

b- Or sur l'adiabatique 3----4, on peut écrire $T_4 \cdot V_4^{(\gamma-1)} = T_3 \cdot V_3^{(\gamma-1)}$ (a)

Sur l'adiabatique 1----2, on peut écrire $T_1 \cdot V_1^{(\gamma-1)} = T_2 \cdot V_2^{(\gamma-1)}$ (b)

En divisant membre à membre (a) sur (b), on obtient :

$$\frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2}$$

$$\text{Donc : } \eta_{th} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{(\gamma-1)} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{(\gamma-1)}}$$

3- a-Calcul du rendement :

$$\eta_{th} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{(\gamma-1)}} = 1 - \frac{1}{7^{(1.4-1)}} = 0.54 = 54 \%$$

c- Calcul de la masse du carburant introduite par cycle :

$$m_{cycle} = \rho \cdot V_{cycle}$$

Le volume de carburant consommé pendant un cycle :

$$V_{cycle} = \frac{C}{100Km} \cdot x_{cycle}$$

Le mouvement du véhicule est rectiligne et uniforme, donc la distance parcourue par cycle est calculée à partir de la relation :

$$x_{cycle} = \text{vitesse maximale} \cdot \text{temps d'un cycle} = v_{max} \cdot t_{cycle}$$

Le temps d'un cycle est égal à $= \frac{120}{N}$; (sec/cycle)

Donc :

$$x_{cycle} = v_{max} \cdot t_{cycle} = v_{max} \cdot \frac{120}{N}$$

Donc :

$$V_{cycle} = \frac{C}{100Km} \cdot x_{cycle} = \frac{C}{100Km} \cdot v_{max} \cdot \frac{120}{N}$$

Donc, La masse de carburant consommée à chaque cycle, à vitesse maximale :

$$m_{cycle} = \rho \cdot V_{cycle} = \rho \cdot \frac{C}{100Km} \cdot v_{max} \cdot \frac{120}{N}$$

A.N :

$$\begin{aligned} m_{cycle} &= \rho \cdot \frac{C}{100Km} \cdot v_{max} \cdot \frac{120}{N} = 0.8 \left(\frac{Kg}{l}\right) \cdot \frac{10}{100} \left(\frac{l}{Km}\right) \cdot \frac{200}{3600} \left(\frac{Km}{s}\right) \cdot \frac{120}{5000} \left(\frac{s}{cycle}\right) \\ &= 1.066 \cdot 10^{-4} \left(\frac{Kg}{cycle}\right) = 0.1066 \left(\frac{g}{cycle}\right) \end{aligned}$$

d- La puissance maximale de ce moteur, supposé idéal :

$$P_{max} = \frac{\text{travail indiqué}}{\text{temps d'un cycle}} = \frac{W_i}{t_{cycle}} = \frac{\eta_{th} \cdot Q_{combust}}{t_{cycle}} = \frac{\eta_{th} \cdot m_{cycle} \cdot q}{t_{cycle}}$$

A.N :

$$P_{max} = \frac{\eta_{th} \cdot m_{cycle} \cdot q}{t_{cycle}} = \frac{0.54 \cdot 0.1066 \cdot 43.9}{0.024} = 105.29 \text{ KW}$$

Solution de l'EXO2 :

1- Tableau 1 :

Etat	P(bar)	V(litre)	T(K)
A	1	0.1	300
B	<u>4.52</u>	0.034	<u>461.88</u>
C	<u>20.74</u>	0.034	2120
D	<u>4.59</u>	0.1	<u>1377</u>

Le cycle envisagé dans cet exercice est à Essence

Les variables d'état figurants dans le tableau ci-dessus **colorées en rouge** sont calculées comme suit :

$$P_B = P_A \cdot \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^\gamma ; T_B = T_A \cdot \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma-1} ; P_C = P_B \cdot \frac{T_C}{T_B} ; P_D = P_C \cdot \left(\frac{V_C}{V_D}\right)^\gamma ; T_D = T_A \cdot \frac{P_D}{P_A}$$

Solution de l'EXO3 :

1- Tableau 1 :

Etat	P(bar)	V(litre)	T(K)
A	1	1	293
B	<u>25.11</u>	0.1	<u>735.98</u>
C	<u>25.11</u>	0.4	<u>2943.92</u>
D	<u>6.96</u>	1	<u>2040.56</u>

Le cycle envisagé dans cet exercice est à DIESEL.

Les variables d'état figurants dans le tableau ci-dessus **colorées en rouge** sont calculées comme suit :

$$P_B = P_A \cdot \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^\gamma ; T_C = T_B \cdot \frac{V_C}{V_B} ; T_D = T_C \cdot \left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma-1} ; P_D = P_A \cdot \frac{T_D}{T_A}$$

Solution de l'EXO4 :

1- Représentation du cycle DIESEL sur les coordonnées P-V : (voir Fig 2.2)

2- Calcule des variables d'état du fluide moteur (P, v, T) aux points caractéristiques du cycle 1, 2, 3 et 4 ?

Point 1 : $P_1 = 0.9 \text{ bar}$; $v_1 = v_2 \cdot \varepsilon = 1.5 \left(\frac{m^3}{kg}\right)$; $T_1 = \frac{P_1 \cdot v_1}{r} = 430.38 \text{ K}$

Point 2 : $v_2 = 0.1 \left(\frac{m^3}{Kg} \right)$; $P_2 = P_1 \cdot \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^\gamma = 39.88 \text{ bars}$; $T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{\gamma-1} = 1389.58 \text{ K}$

Point 3 : $T_{max} = T_3 = 2073 \text{ K}$; $v_3 = v_2 \cdot \frac{T_3}{T_2} = 0.149 \left(\frac{m^3}{Kg} \right)$; $P_3 = P_2$

Point 4 : $v_4 = v_1$; $P_4 = P_3 \cdot \left(\frac{v_3}{v_4} \right)^\gamma = 1.57 \text{ bars}$; $T_4 = T_3 \cdot \left(\frac{v_3}{v_4} \right)^{\gamma-1} = 823.07 \text{ K}$

3-Calcul du taux de détente ultérieur δ :

$$\delta = \frac{v_4}{v_3} = 10.06$$

4-Calcul du taux de détente préalable ε' :

$$\varepsilon' = \frac{v_3}{v_2} = 1.49$$

5-Le rendement du cycle DIESEL :

$$\eta_{th} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}} \cdot \frac{(\varepsilon')^\gamma - 1}{\gamma(\varepsilon' - 1)} = 0.63 = 63\%$$

Solution de l'EXO5 :

1- Représentation du cycle mixte sur les coordonnées P-V : (voir Fig 2.3)

2- Calcul des variables d'état du fluide moteur (P, v, T) aux points caractéristiques du cycle 1, 2, 3, 4 et 5 :

Point 1 : $v_1 = 1 \left(\frac{m^3}{Kg} \right)$; $T_1 = 333 \text{ K}$; $P_1 = \frac{r \cdot T_1}{v_1} = 95571 \text{ Pascal}$

Point 2 : $v_2 = \frac{v_1}{\varepsilon} = 0.083 \left(\frac{m^3}{Kg} \right)$; $T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{\gamma-1} = 899.73 \text{ K}$; $P_2 = P_1 \cdot \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^\gamma = 3098702.44 \text{ Pascal}$

Point 3 : $P_3 = \lambda \cdot P_2 = 4648053.66 \text{ Pascal}$; $v_3 = v_2$; $T_3 = \lambda \cdot T_2 = 1349.59 \text{ K}$

Point 4 : $P_4 = P_3$; Pour calculer T_4 on utilise l'équation du premier principe de la thermodynamique spécifique (rapporté à 1Kg): $w = q_1 + q_2 - q_3 = P_{mi} \cdot (v_1 - v_2)$

Ou encore : $c_v \cdot (T_3 - T_2) + c_p \cdot (T_4 - T_3) - q_3 = P_{mi} \cdot (v_1 - v_2)$

$$c_p \cdot (T_4 - T_3) = q_3 + P_{mi} \cdot (v_1 - v_2) - c_v \cdot (T_3 - T_2)$$

$$T_4 = T_3 + \frac{[q_3 + P_{mi} \cdot (v_1 - v_2) - c_v \cdot (T_3 - T_2)]}{c_p}$$

$$\text{avec: } \begin{cases} c_v = \frac{r}{(\gamma - 1)} = \frac{287}{0.4} = 717.5 \text{ (Joule)} \\ c_p = \frac{r \cdot \gamma}{(\gamma - 1)} = 1004.5 \text{ (Kg.K)} \end{cases}$$

A.N:

$$T_4 = 1349.59 + \frac{\left[500 \cdot 10^3 \left(\frac{J}{Kg} \right) + 4 \cdot 10^5 (Pa) * (1 - 0.083) - 717.5 * 449.77 \right]}{1004.5}$$
$$= 1891.24 K$$

$$v_4 = \frac{r \cdot T_4}{P_4} = \frac{287 * 1891.24}{4648053.66} = 0.1116 \left(\frac{m^3}{Kg} \right)$$

Point 5:

$$v_5 = v_1 = 1 \left(\frac{m^3}{Kg} \right); \quad T_5 = T_1 + \frac{q_3}{c_V} = T_1 + \frac{q_3 \cdot 10^3 \cdot (\gamma - 1)}{r} = 1029.86 K; \quad P_5 = \frac{r \cdot T_5}{v_5} =$$
$$295569.82 \text{ Pascal}$$

2- La quantité de chaleur spécifique reçue au cours de la combustion :

$$q_1 + q_2 = q_3 + P_{mi} \cdot (v_1 - v_2) = 500 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^5 \cdot 5(1 - 0.083)$$
$$= 866800 \left(\frac{Joule}{Kg} \right)$$

Calcul du taux de détente ultérieur :

$$\delta = \frac{v_5}{v_4} = 8.62$$

3- Si $\delta = \varepsilon$ alors $\varepsilon' = 1$; le cycle devient **Essence**.

Solution de l'EXO6 :

1- Représentation du cycle mixte sur les coordonnées P-V : (voir Fig 2.3)

2- Calcule des variables d'état du fluide moteur (P, v, T) aux points caractéristiques du cycle 1, 2, 3, 4 et 5 :

Point 1 : $v_1 = v_2 \cdot \varepsilon = 14 \left(\frac{m^3}{Kg} \right); T_1 = 343 K; P_1 = \frac{r \cdot T_1}{v_1} = 7031.5 \text{ Pascal}$

Point 2 : $v_2 = 1 \left(\frac{m^3}{Kg} \right); T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{\gamma - 1} = 985.70 K; P_2 = P_1 \cdot \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^\gamma = 822896.27 \text{ Pascal}$

Point 3 : $P_3 = \lambda \cdot P_2 = 424344.34 \text{ Pascal}; v_3 = v_2; T_3 = \lambda \cdot T_2 = 1478.55 K$

Point 5 : $T_5 = T_1 + \frac{q_3}{c_V} = T_1 + \frac{q_3 \cdot 10^3 \cdot (\gamma - 1)}{r} = 900.49 K$ où : $r = 287 \left(\frac{Joule}{Kg \cdot K} \right); v_5 = v_1 =$
 $14 \left(\frac{m^3}{Kg} \right);$ et $P_5 = \frac{r \cdot T_5}{v_5} = 18460.04 \text{ Pascal}$

Point 4 : $P_4 = P_3; T_4 = T_5 \cdot \left(\frac{P_5}{P_4} \right)^{\frac{(1-\gamma)}{\gamma}} = 2205.33 K;$

$$v_4 = \frac{r \cdot T_4}{P_4} = 1.49 \left(\frac{m^3}{Kg} \right)$$

3-Calcul de la pression moyenne indiquée P_{mi} :

On utilise la définition de la P_{mi} ; $P_{mi} = \frac{w}{(v_1 - v_2)} = \frac{\eta_{th} \cdot (q_1 + q_2)}{(v_1 - v_2)} = \frac{\eta_{th} \cdot [c_v \cdot (T_3 - T_2) + c_p \cdot (T_4 - T_3)]}{(v_1 - v_2)}$

$$V_1 - V_2 = \text{Cylindrée unitaire} = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot C_P = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot (1.5 \cdot D) = \frac{1.5 \cdot \pi}{4} \cdot D^3 \cdot 10^{-9}$$

$$= 95.37 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$\text{avec: } \begin{cases} c_v = \frac{r}{(\gamma - 1)} = \frac{287}{0.4} = 717.5 \left(\frac{\text{Joule}}{\text{Kg} \cdot \text{K}} \right) \\ c_p = \frac{r \cdot \gamma}{(\gamma - 1)} = 1004.5 \end{cases}$$

A.N: $P_{mi} = 5691.93 \cdot 10^6 \text{ Pascal}$

4-Calcul du taux de détente préalable : $\varepsilon' = \frac{v_4}{v_3} = 1.49$

4- Si $\varepsilon' = \frac{v_4}{v_3} = 1$; alors le cycle devient **Essence**.

5- Calcul de la vitesse moyenne du piston :

$$V_{moy.pist} = \frac{C_P \cdot N}{30} = \frac{1.5 \cdot D \cdot 10^{-3} \cdot N}{30} = 13.5 \text{ m/sec}$$

ETUDE CINEMATIQUE ET DYNAMIQUE DU MECANISME BIELLE-MANIVELLE

Dans tout le cours on suppose que la vitesse de rotation du moteur est constante.

1 / Mise en place des repères ; définition des points :

L'étude du mécanisme bielle-manivelle nécessite la mise en place de trois repères (Fig 3.1).

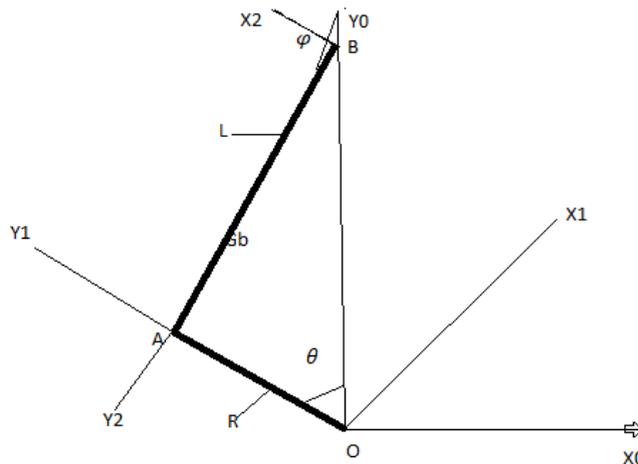


Fig 3.1 ; Présentation de l'ensemble bielle-manivelle

a/ Repère fixe $(O, \vec{X}_0, \vec{Y}_0, \vec{Z}_0)$

O est le centre du vilebrequin

\vec{Y}_0 est l'axe du cylindre

\vec{Z}_0 est l'axe du vilebrequin, le volant est placé sur les \vec{Z}_0 positifs

b/ Repère mobile lié au vilebrequin : $(O, \vec{X}_1, \vec{Y}_1, \vec{Z}_1)$

\vec{Y}_1 porte la manivelle

On note θ l'angle de rotation du vilebrequin, $\theta = (\vec{Y}_0, \vec{Y}_1)$

Le vecteur rotation instantanée $\vec{\Omega}(1/0) = \dot{\theta} \cdot \vec{Z}_0$

Le moteur tourne à vitesse constante ; donc : $\dot{\theta} = \text{Constante}$

On note A le centre de tête de bielle et R le rayon de manivelle ; donc :

$$\vec{OA} = R \cdot \vec{Y}_1$$

c/ Repère mobile lié à la bielle : $(B, \vec{X}_2, \vec{Y}_2, \vec{Z}_2)$

B est le centre de pied de bielle

\vec{Y}_2 Porte la bielle

On note l'angle de rotation de bielle $\varphi = (\vec{Y}_0, \vec{Y}_2)$,

le vecteur rotation instantanée $\vec{\Omega}(2/0) = \dot{\varphi} \cdot \vec{Z}_0$

si L est l'entraxe de bielle :

$$\vec{BA} = L \cdot \vec{Y}_2$$

On note G_b le centre de gravité de la bielle :

$$\overrightarrow{BG_b} = L_1 \cdot \overrightarrow{Y_2}$$

2/ Formules de passage :

A/ Passage du repère $(O, \overrightarrow{X_0}, \overrightarrow{Y_0}, \overrightarrow{Z_0})$ au repère $(O, \overrightarrow{X_1}, \overrightarrow{Y_1}, \overrightarrow{Z_1})$:

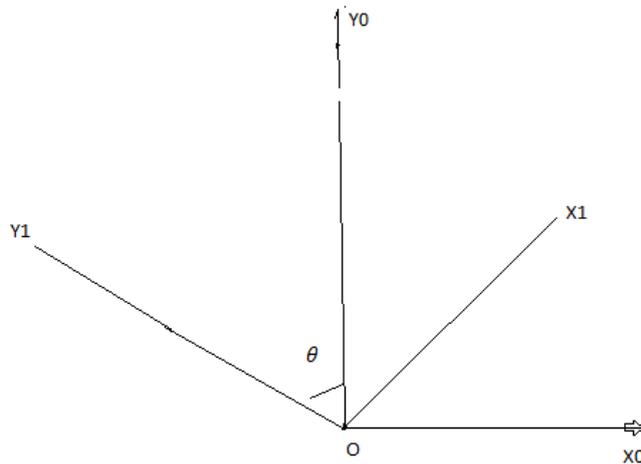


Fig 3.2 : Passage du repère fixe 0 au repère mobile 1

$$\begin{cases} \overrightarrow{X_1} = \cos\theta \cdot \overrightarrow{X_0} + \sin\theta \cdot \overrightarrow{Y_0} \\ \overrightarrow{Y_1} = -\sin\theta \cdot \overrightarrow{X_0} + \cos\theta \cdot \overrightarrow{Y_0} \\ \overrightarrow{Z_1} = \overrightarrow{Z_0} \end{cases}$$

Où : la vitesse angulaire de rotation du repère 1 par rapport au repère 0 est donnée par :

$$\overline{\Omega} (1/0) = \dot{\theta} \cdot \overrightarrow{Z_0}$$

b/ Passage du repère $(O, \overrightarrow{X_0}, \overrightarrow{Y_0}, \overrightarrow{Z_0})$ au repère $(B, \overrightarrow{X_2}, \overrightarrow{Y_2}, \overrightarrow{Z_2})$:

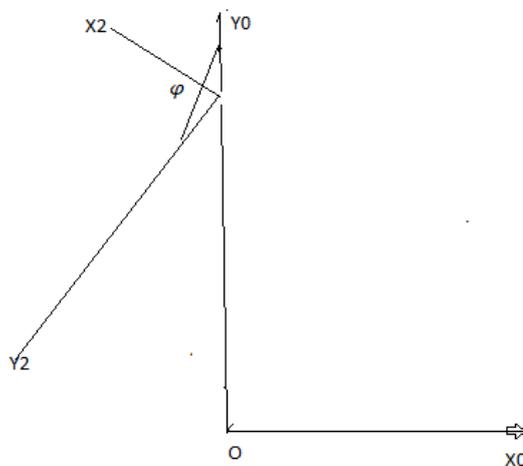


Fig 3.3 : Passage du repère fixe 0 au repère mobile 2

$$\begin{aligned}\vec{X}_2 &= \cos\varphi \cdot \vec{X}_0 + \sin\varphi \cdot \vec{Y}_0 \\ \vec{Y}_2 &= -\sin\varphi \cdot \vec{X}_0 + \cos\varphi \cdot \vec{Y}_0 \\ \vec{Z}_2 &= \vec{Z}_0\end{aligned}$$

Où : la vitesse angulaire de rotation du repère 2 par rapport au repère 0 est donnée par :
 $\vec{\Omega}(2/0) = \dot{\varphi} \cdot \vec{Z}_0$

c/ Passage du repère $(O, \vec{X}_1, \vec{Y}_1, \vec{Z}_1)$ au repère $(B, \vec{X}_2, \vec{Y}_2, \vec{Z}_2)$:

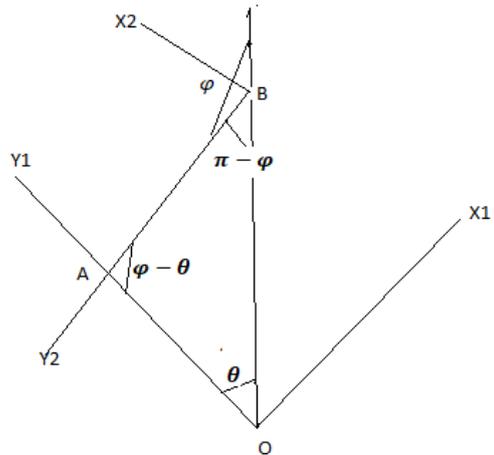


Fig 3.4 : Passage du repère mobile 1 au repère mobile 2

$$\begin{cases} \vec{X}_2 = \cos(\varphi - \theta) \cdot \vec{X}_1 + \sin(\varphi - \theta) \cdot \vec{Y}_1 \\ \vec{Y}_2 = -\sin(\varphi - \theta) \cdot \vec{X}_1 + \cos(\varphi - \theta) \cdot \vec{Y}_1 \\ \vec{Z}_2 = \vec{Z}_1 \end{cases}$$

Où : la vitesse angulaire de rotation du repère 2 par rapport au repère 1 est donnée par :
 $\vec{\Omega}(2/1) = (\dot{\varphi} - \dot{\theta}) \cdot \vec{Z}_0$

3/Relations cinématiques :

3.1. Définition de l'angle φ : (Obliquité de la bielle)

L'examen du mécanisme bielle-manivelle (fig1) nous montre qu'en projection sur l'axe \vec{X}_0 le rayon de manivelle est égal à l'entraxe de bielle ; nous allons en tirer une relation cinématique fondamentale entre les angles θ et φ .

$\vec{OA} = R \cdot \vec{Y}_1 = R \cdot (-\sin\theta \cdot \vec{X}_0 + \cos\theta \cdot \vec{Y}_0)$, la projection du vecteur \vec{OA} sur \vec{X}_0 est $(-R \cdot \sin\theta)$

$\vec{BA} = L \cdot \vec{Y}_2 = L \cdot (-\sin\varphi \cdot \vec{X}_0 + \cos\varphi \cdot \vec{Y}_0)$, la projection du vecteur \vec{BA} sur \vec{X}_0 est $(-L \cdot \sin\varphi)$

D'où la relation cinématique fondamentale :

$$R \cdot \sin\theta = L \cdot \sin\varphi$$

On tire la valeur de l'angle φ :

$$\sin\varphi = \frac{R}{L} \cdot \sin\theta = \lambda \cdot \sin\theta \quad \text{Où } \lambda = \frac{R}{L}$$

D'autre part on a :

$$\cos^2\varphi = 1 - \sin^2\varphi = 1 - \lambda^2 \cdot \sin^2\theta$$

Donc :

$$\cos\varphi = \pm\sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2\theta}$$

L'angle φ est positif et varie légèrement autour de, son cosinus est toujours négligé.

$$\cos\varphi = -\sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2\theta}$$

3.2. Définition de la vitesse angulaire de la bielle $\dot{\varphi}$:

Pour faire apparaître $\dot{\varphi}$ il suffit de dériver la relation cinématique fondamentale par rapport au temps :

$$\frac{d(R \cdot \sin\theta)}{dt} = \frac{d(L \cdot \sin\varphi)}{dt}$$

Ou encore :

$$R \cdot \dot{\theta} \cdot \cos\theta = L \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos\varphi \quad \text{Soit}$$

$$\dot{\varphi} = \frac{R \cdot \dot{\theta} \cdot \cos\theta}{L \cdot \cos\varphi} = \frac{\lambda \cdot \dot{\theta} \cdot \cos\theta}{\cos\varphi}$$

3.3. Définition de l'accélération angulaire de la bielle $\ddot{\varphi}$:

On dérive une deuxième fois la relation cinématique fondamentale par rapport au temps :

$$\frac{d(R \cdot \dot{\theta} \cdot \cos\theta)}{dt} = \frac{d(L \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos\varphi)}{dt}$$

$$R \cdot \ddot{\theta} \cdot \cos\theta - R \cdot \dot{\theta}^2 \cdot \sin\theta = L \cdot \ddot{\varphi} \cdot \cos\varphi - L \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot \sin\varphi \quad (\text{avec } \ddot{\theta} = 0 \quad \text{car } \dot{\theta} = \text{Constante})$$

Or :

$$R \cdot \sin\theta = L \cdot \sin\varphi$$

Donc :

$$\ddot{\varphi} = \frac{L \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot \sin\varphi - L \cdot \dot{\theta}^2 \cdot \sin\varphi}{L \cdot \cos\varphi}$$

Soit finalement :

$$\ddot{\varphi} = (\dot{\varphi}^2 - \dot{\theta}^2) \cdot \text{tg}\varphi$$

CINEMATIQUE DES DIFFERENTS POINTS

1/Cinématique du point A :

1.1. Position du point A :

On a déjà calculé :

$$\vec{OA} = R \cdot \vec{Y}_1 = -R \cdot \sin\theta \cdot \vec{X}_0 + R \cdot \cos\theta \cdot \vec{Y}_0$$

Donc le point A se déplace sur un cercle de rayon R centré sur le point O.

Donc le point A se déplace sur un cercle de centre O, de rayon R.

1.2. Vitesse du point A :

On utilise la définition de la vitesse :

$$\vec{V}\left(A, \frac{1}{0}\right) = \frac{d\vec{OA}}{dt} = \frac{d(R \cdot \vec{Y}_1)}{dt} = R \cdot \frac{d(\vec{Y}_1)}{dt} = -R \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{X}_1$$

La vitesse du point A est constante en module, elle est portée par une tangente au cercle.

1.3. Accélération du point A :

On utilise la définition de l'accélération :

$$\vec{\gamma} \left(A, \frac{1}{0} \right) = \frac{dV(A, \frac{1}{0})}{dt} = \frac{d(-R \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{X}_1)}{dt} = -R \cdot \ddot{\theta} \cdot \vec{Y}_1$$

L'accélération du point A est constante en module ; elle est portée par le rayon du cercle, elle est centripète.

2. Cinématique du point B :

2.1 Position du point B :

$$\vec{OB} = \vec{OA} + \vec{AB} = R \cdot \vec{Y}_1 - L \cdot \vec{Y}_2 = -R \cdot \sin\theta \cdot \vec{X}_0 + R \cdot \cos\theta \cdot \vec{Y}_0 + L \cdot \sin\varphi \cdot \vec{X}_0 - L \cdot \cos\varphi \cdot \vec{Y}_0$$

Puisque :

$$R \cdot \sin\theta = L \cdot \sin\varphi$$

Alors :

$$\vec{OB} = (R \cdot \cos\theta - L \cdot \cos\varphi) \cdot \vec{Y}_0$$

On note « d » L'ordonnée instantanée du point B.

$$d = R \cdot \cos\theta - L \cdot \cos\varphi$$

- Si $\theta = 0$, le point B est au PMH (Point Mort Haut), alors $\cos\theta=1$ et $\cos\varphi=-1$
« d » prend sa valeur maximale

$$d_{max} = R + L$$

- Si $\theta = \pi$, le point B est au PMB (Point Mort Bas), alors $\cos\theta=-1$ et $\cos\varphi=-1$
« d » prend sa valeur minimale

$$d_{min} = -R + L$$

Or, le point B se déplace sur l'axe \vec{Y}_0 entre d_{max} et d_{min} , sa course est donc :

$$Course_{piston} = C_p = d_{max} - d_{min} = 2 \cdot R$$

Angle de rotation de la manivelle correspondant à mi-course du piston :

Le point B est à mi-course si $d = \frac{d_{max} + d_{min}}{2} = L$

Donc pour déterminer l'angle de rotation de la manivelle correspondant à mi-course du piston, il suffit de résoudre l'équation :

$$d = R \cdot \cos\theta - L \cdot \cos\varphi = L$$

$$R \cdot \cos\theta + L \cdot \sqrt{1 - \frac{R^2 \cdot \sin^2\theta}{L^2}} = L$$
$$1 - \frac{R^2 \cdot \sin^2\theta}{L^2} = \left(1 - \frac{R}{L} \cdot \cos\theta\right)^2 = 1 - \frac{2 \cdot R \cdot \cos\theta}{L} + \frac{R^2 \cdot \cos^2\theta}{L^2}$$

$$\frac{R^2 \cdot \sin^2\theta}{L^2} + \frac{R^2 \cdot \cos^2\theta}{L^2} = \frac{2 \cdot R \cdot \cos\theta}{L}$$

Donc :

$$\frac{R^2}{L^2} = \frac{2 \cdot R \cdot \cos\theta}{L}$$

Le piston est donc à mi-course si $\cos\theta = \frac{\lambda}{2}$

2.2 Vitesse du point B :

On utilise la définition de la vitesse

$$\vec{V}\left(B, \frac{2}{0}\right) = \frac{d\vec{OB}}{dt} = \frac{d(R\vec{Y}_1 - L\vec{Y}_2)}{dt} = R \cdot \frac{d(\vec{Y}_1)}{dt} - L \cdot \frac{d(\vec{Y}_2)}{dt} = -R \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{X}_1 - L \cdot \dot{\varphi} \cdot \vec{X}_2$$

$$\begin{aligned} \vec{V}\left(B, \frac{2}{0}\right) &= -R \cdot \dot{\theta} \cdot (\cos\theta \cdot \vec{X}_0 + \sin\theta \cdot \vec{Y}_0) - L \cdot \dot{\varphi} \cdot (\cos\varphi \cdot \vec{X}_0 + \sin\varphi \cdot \vec{Y}_0) \\ &= R \cdot (\dot{\varphi} - \dot{\theta}) \cdot \sin\theta \cdot \vec{Y}_0 \end{aligned}$$

Remarque :

- Si $\theta = 0$, le piston est au PMH, sa vitesse est nulle
- Si $\theta = \pi$, le piston est au PMB, sa vitesse est nulle
- Si $\theta = \frac{(2k+1)}{2} \cdot \pi$, la vitesse du piston est égale à $-(-1)^k \cdot R \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{Y}_0$

Vitesse moyenne du piston :

La vitesse moyenne du piston est donnée par la relation suivante :

$$V_{moy} = \frac{\text{Course du piston} \cdot N}{30}$$

Où N est le nombre de tours du vilebrequin (tours / min)

Angle de rotation du vilebrequin correspondant à la vitesse maximale du piston :

La vitesse du piston est maximale lorsque son accélération est nulle.

Première méthode :

La vitesse du piston est maximale lorsque la bielle est perpendiculaire à la manivelle. C'est-à-dire lorsque le triangle OAB est rectangle en A (voir fig ci-dessous).

Alors on a :

$$\text{tg}\theta = \frac{L}{R} = \frac{1}{\lambda}$$

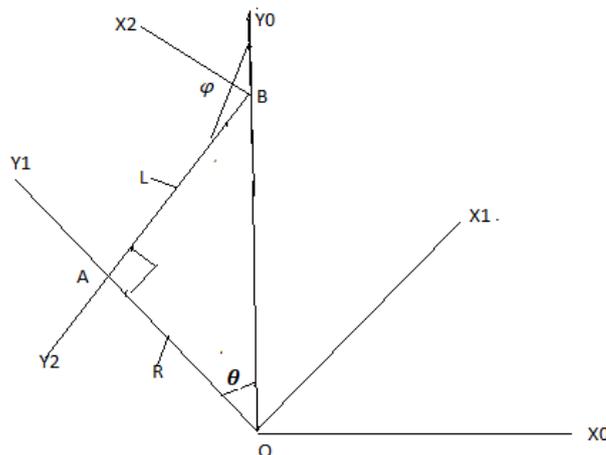


Fig 2.5 : Position lorsque la bielle est perpendiculaire à la manivelle

Accélération du point B :

On utilise la définition de l'accélération :

$$\vec{\gamma}\left(B, \frac{z}{0}\right) = \frac{dV\left(B, \frac{z}{0}\right)}{dt} = \frac{d(R.\dot{\varphi}.\sin\theta - R.\dot{\theta}.\sin\theta)}{dt} \cdot \vec{Y}_0 = (R.\ddot{\varphi}.\sin\theta + R.\dot{\varphi}.\dot{\theta}.\cos\theta - R.\ddot{\theta}.\sin\theta - R.\dot{\theta}^2.\cos\theta) \cdot \vec{Y}_0$$

$$\vec{\gamma}\left(B, \frac{z}{0}\right) = [R.\dot{\theta} \cdot (\dot{\varphi} - \dot{\theta}) \cdot \cos\theta + R.\ddot{\varphi}.\sin\theta] \cdot \vec{Y}_0$$

- Si $\theta = 0$, le piston est au PMH, $\cos\varphi = -1$, $\dot{\varphi} = -\lambda.\dot{\theta}$ et $\ddot{\varphi} = 0$ et $\cos\theta = -1$
L'accélération est maximale et a pour valeur :

$$\vec{\gamma}\left(B, \frac{z}{0}\right) = -R.\dot{\theta}^2.(1 + \lambda).\vec{Y}_0$$

- Si $\theta = \pi$, le piston est au PMB, $\cos\varphi = -1$, $\dot{\varphi} = +\lambda.\dot{\theta}$ et $\ddot{\varphi} = 0$ et $\cos\theta = -1$
L'accélération est maximale et a pour valeur :

$$\vec{\gamma}\left(B, \frac{z}{0}\right) = -R.\dot{\theta}^2.(\lambda - 1).\vec{Y}_0$$

Deuxième méthode :

Angle pour lequel l'accélération du point B (Piston) est nulle :

$$R.\dot{\theta} \cdot (\dot{\varphi} - \dot{\theta}) \cdot \cos\theta + R.\ddot{\varphi}.\sin\theta = 0$$

Nous avons trouvé que :

$$\ddot{\varphi} = (\dot{\varphi}^2 - \dot{\theta}^2) \cdot \operatorname{tg}\varphi$$

$$R.\dot{\theta} \cdot (\dot{\varphi} - \dot{\theta}) \cdot \cos\theta + R.(\dot{\varphi}^2 - \dot{\theta}^2) \cdot \operatorname{tg}\varphi \cdot \sin\theta = 0$$

Ou encore :

$$(\dot{\varphi} - \dot{\theta}) \cdot [R.\dot{\theta} \cdot \cos\theta + R.(\dot{\varphi} + \dot{\theta}) \cdot \operatorname{tg}\varphi \cdot \sin\theta] = 0$$

Première solution : $\dot{\varphi} - \dot{\theta} = 0$

Nous avons déjà trouvé que :

$$\dot{\varphi} = \frac{\lambda.\dot{\theta}.\cos\theta}{\cos\varphi}$$

Donc

$$\frac{\lambda.\dot{\theta}.\cos\theta}{\cos\varphi} = \dot{\theta}$$

Soit : $\lambda.\cos\theta = \cos\varphi$

Or :

$$\cos\varphi = -\sqrt{1 - \lambda^2.\sin^2\theta}$$

Donc : $\lambda^2.\cos^2\theta = 1 - \lambda^2.\sin^2\theta \Rightarrow \lambda^2 = 1$ Ce qui est impossible puisque $R \neq L$

Deuxième solution : $R.\dot{\theta} \cdot \cos\theta + R.(\dot{\varphi} + \dot{\theta}) \cdot \operatorname{tg}\varphi \cdot \sin\theta = 0$

Avec :

$$\dot{\varphi} = \frac{\lambda \cdot \dot{\theta} \cdot \cos\theta}{\cos\varphi}$$
$$R \cdot \dot{\theta} \cdot \cos\theta + R \cdot \left(\frac{\lambda \cdot \dot{\theta} \cdot \cos\theta}{\cos\varphi} + \dot{\theta} \right) \cdot \operatorname{tg}\varphi \cdot \sin\theta = 0$$

Ou encore :

$$\cos\theta + \left(\frac{\lambda \cdot \cos\theta}{\cos\varphi} + 1 \right) \cdot \operatorname{tg}\varphi \cdot \sin\theta = 0$$

En divisant les 2 membres par $\cos\theta$ et en remplaçant $\operatorname{tg}\varphi$ par le rapport $\frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}$, la dernière relation s'écrit :

$$1 + \left(\frac{\lambda \cdot \cos\theta}{\cos\varphi} + 1 \right) \cdot \frac{\sin\varphi \cdot \sin\theta}{\cos\varphi \cdot \cos\theta} = 0$$

Ou encore :

$$\cos\varphi + \frac{\lambda \cdot \sin\theta \cdot \sin\varphi}{\cos\varphi} + \frac{\sin\varphi \cdot \sin\theta}{\cos\theta} = 0$$

Or :

$$\cos\varphi = -\sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2\theta}$$

Et $\sin\varphi = \lambda \cdot \sin\theta$

On obtient après quelques simplifications la relation ci-dessous :

$$\sin^6\theta - \frac{1}{\lambda^2} \cdot \sin^4\theta - \frac{1}{\lambda^4} \cdot \sin^2\theta + \frac{1}{\lambda^4} = 0$$

Conclusion : L'accélération du piston est nulle (vitesse du piston est maximale) si θ vérifié la relation ci-dessus.

Dynamique du mécanisme bielle-manivelle

En physique, l'action d'une force par rapport à un axe de rotation s'appelle un moment. Le motoriste utilise le terme de « couple » pour la même grandeur. A tout moment, la valeur du couple s'appliquant au vilebrequin est :

$$C \text{ (N.m)} = \mathbf{r} \text{ (m)} \times \mathbf{F}_T \text{ (N)}$$

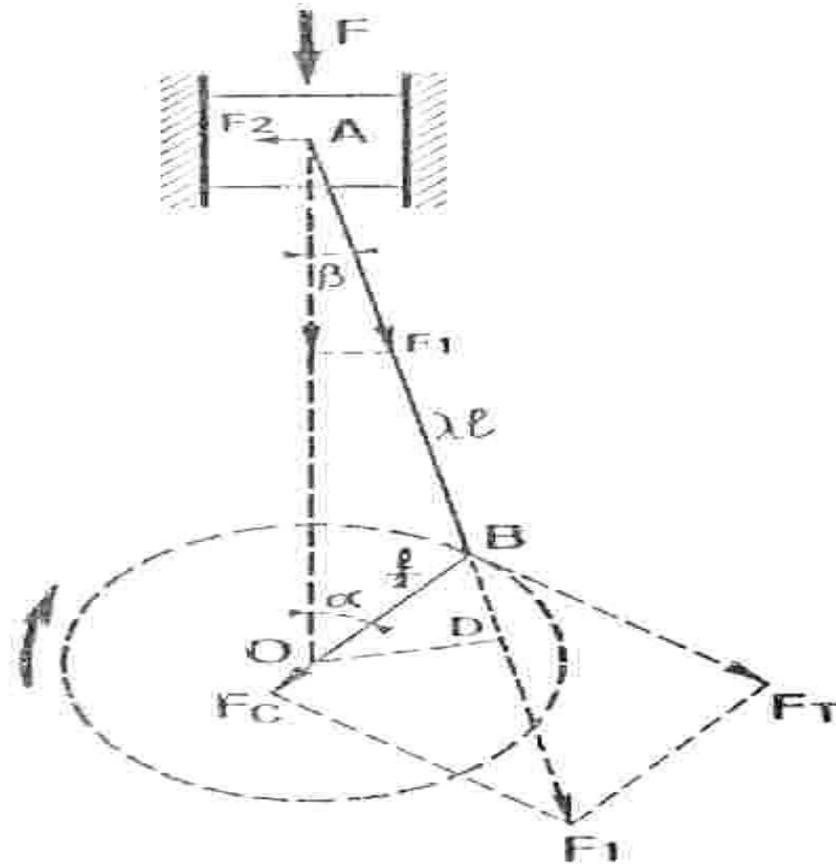
Le couple moteur s'exprime souvent en m.daN ou en m.kg. F_T est la décomposition de l'action du piston sur la bielle (F_1).

Le travail produit par le couple est :

$$W \text{ (Joule)} = C \text{ (N.m)} \times \alpha \text{ (radian)}$$

La force F_1 dépend :

- de la valeur de force engendrée par la pression sur le piston ;
- de l'angle (α).



Transformation mécanique de la poussée des gaz en couple moteur par le système bielle/manivelle

Fig 2.6 : Efforts s'exerçants sur le mécanisme bielle-manivelle

La force de pression : $F(\alpha) = [P(\alpha) - P_{carter}] \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}$

D'après la figure ci-dessus, on peut calculer la composante F_1 de la manière suivante :

$$F_1 = \frac{F}{\cos\beta}$$

La composante F_T qui agit sur la manivelle pour produire le couple moteur peut être calculée à partir de la relation suivante :

$$F_T = F(\alpha) \cdot \frac{\cos\left[\frac{\pi}{2} - (\alpha + \beta)\right]}{\cos\beta} = F(\alpha) \cdot \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos\beta}$$

Où :

$$\cos\beta = \sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2 \alpha}$$

Le couple moteur C (N .m) se calcul par l'équation suivante :

$$C(\alpha) = R \cdot F_T = R \cdot F(\alpha) \cdot \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos\beta} = R \cdot F(\alpha) \cdot \frac{\sin(\alpha + \arccos(\sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2 \alpha}))}{\sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2 \alpha}}$$

Où R(mètre)=rayon de la manivelle ; F_T(Newton)

Phase admission

La force résultante F (force de pression) est opposée au mouvement du piston, (P_{carter} > P_{cylindre}), le couple nécessaire pour effectuer la descente du piston est résistant.

Si la pression d'admission est plus faible (papillon fermé par exemple ou fonctionnement en altitude), le couple résistant sera plus grand.

Phase compression

Le piston a changé de sens de déplacement, mais la force engendrée par la pression dans le cylindre a également changé de sens. Le couple qui en résulte est donc encore résistant, et sa valeur instantanée dépend :

- de la position de la bielle à l'instant t ;
- de la valeur de la pression instantanée dans le cylindre.

Si la masse de gaz admise pendant la phase admission est faible, le couple résistant est moins important.

Phase détente

Cette fois, la force et le déplacement sont dans le même sens, nous avons un couple moteur. S'il n'y a pas de combustion (coupure d'injection en décélération, par exemple), le couple moteur est le symétrique du couple engendré par la compression (aux pertes calorifiques et aux frottements près).

Phase échappement

La force engendrée par la pression des gaz brûlés est opposée au sens de déplacement du piston. Nous avons donc un couple résistant. Si la pression à l'extérieur du moteur augmente (P_{atmo}), le travail résistant de l'échappement sera plus important.

Le travail fourni aux phases d'admission et d'échappement est appelé « travail de pompage ».

EXERCICES D'APPLICATION :

EXO1 :

Pour le mécanisme bielle-manivelle d'un MCI, Tracer les courbes représentatives suivantes :

- L'obliquité de la bielle en fonction de l'angle de rotation de la manivelle :
 $\varphi = \varphi(\theta)$ Pour $0 \leq \theta \leq 2\pi$
- La vitesse angulaire de la bielle en fonction de l'angle de rotation de la manivelle :
 $\dot{\varphi} = \dot{\varphi}(\theta)$ Pour $0 \leq \theta \leq 2\pi$
- L'accélération angulaire de la bielle en fonction de l'angle de rotation de la manivelle :
 $\ddot{\varphi} = \ddot{\varphi}(\theta)$ Pour $0 \leq \theta \leq 2\pi$

On donne : $\lambda = 0.25$ et $N = 2000$ tours / min

EXO2 :

Un moteur à allumage commandé d'automobile dont les caractéristiques sont les suivantes :

- Alésage $D = 91.7$ mm
- Course du piston $C_P = 81.6$ mm
- Entraxe de bielle $L = 137$ mm
- Rayon de la manivelle $R = C_P/2 = 40.8$ mm

1- On demande de faire le calcul cinématique de ce mécanisme pour deux régimes différents :

- Pour $N = 1000$ tours / min
- Pour $N = 6000$ tours / min
 - a- Cinématique de la manivelle
 - b- Cinématique du piston

EXO3 :

Un moteur à combustion interne est caractérisé par les paramètres suivants :

$D = 92$ mm, $C_P = 90$ mm, $L = 140$ mm, $N = 2000$ tours / min, $\varepsilon = 10$

1- Calculer la vitesse moyenne du piston ?

- 2- Lorsque le piston est à mi-course, on demande de déterminer :
- a- Le volume occupé par les gaz ?
 - b- La surface d'échange de chaleur gaz-parois ?
 - c- La vitesse et l'accélération du piston ?
 - d- Le couple moteur développé par le moteur, si à cette position la pression des gaz est de 10 bars ?

EXO4 :

Pour le mécanisme bielle- manivelle d'un MCI, on demande de trouver l'expression du volume instantané en fonction de l'angle de rotation de la manivelle, au cours de la descente du piston du PMH vers le PMB.

On donne : Alésage D, Course du piston, Rapport Rayon de la manivelle / Longueur de la bielle $=\lambda$, taux de compression ϵ .

SOLUTION DES EXERCICES D'APPLICATION

Solution de l'EXO 1 :

1- L'obliquité de la bielle en fonction de l'angle de rotation de la manivelle :

Pour le mécanisme bielle-manivelle d'un MCI (voir fig 2.1), la relation entre l'obliquité de la bielle φ et l'angle de rotation du vilebrequin θ est : $L \cdot \sin(\pi - \varphi) = R \cdot \sin\theta$ donc :

$\sin(\pi - \varphi) = \lambda \cdot \sin\theta$ Ou encore : $\pi - \varphi = \arcsin[\lambda \cdot \sin\theta]$ soit finalement :

$$\varphi = \pi - \arcsin[\lambda \cdot \sin\theta] = \varphi(\theta)$$

- Si $\theta = 0$ alors $\varphi = \pi = 180^\circ$
- Si $\theta = \frac{\pi}{2}$ alors $\varphi = \pi - \arcsin\left[0.25 \cdot \sin\frac{\pi}{2}\right] = \pi - \arcsin[0.25] = 165.52^\circ$
- Si $\theta = \pi$ alors $\varphi = \pi = 180^\circ$
- Si $\theta = \frac{3\pi}{2}$ alors $\varphi = \pi - \arcsin\left[0.25 \cdot \sin\frac{3\pi}{2}\right] = \pi + \arcsin[0.25] = 194.47^\circ$
- Si $\theta = 2\pi$ alors $\varphi = \pi = 180^\circ$

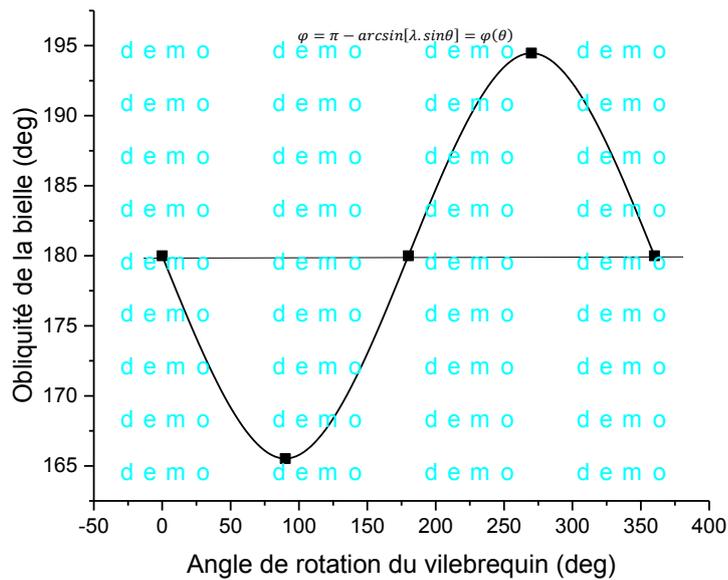


Fig 3.1 : Variation de l'inclinaison de la bielle en fonction de l'angle vilebrequin

2- La vitesse angulaire de la bielle en fonction de l'angle de rotation de la manivelle :

On dérive la relation cinématique fondamentale par rapport au temps :

$$\frac{d(R. \sin\theta)}{dt} = \frac{d(L. \sin\varphi)}{dt}$$

Ou encore :

$$R. \dot{\theta}. \cos\theta = L. \dot{\varphi}. \cos\varphi \text{ Soit}$$

$$\dot{\varphi} = \frac{R. \dot{\theta}. \cos\theta}{L. \cos\varphi} = \frac{\lambda. \dot{\theta}. \cos\theta}{\cos\varphi} = -\dot{\theta}. \frac{\lambda. \cos\theta}{\sqrt{1 - \lambda^2. \sin^2\theta}} = -\frac{\pi. N}{30} \cdot \frac{\lambda. \cos\theta}{\sqrt{1 - \lambda^2. \sin^2\theta}} = \dot{\varphi}(\theta)$$

- Si $\theta = 0$ alors $\dot{\varphi} = -52.33 \text{ rad/sec}$
- Si $\theta = \frac{\pi}{2}$ alors $\dot{\varphi} = 0 \text{ rad/sec}$
- Si $\theta = \pi$ alors $\dot{\varphi} = +52.33 \text{ rad/sec}$
- Si $\theta = \frac{3.\pi}{2}$ alors $\dot{\varphi} = 0 \text{ rad/sec}$
- Si $\theta = 2.\pi$ alors $\dot{\varphi} = -52.33 \text{ rad/sec}$

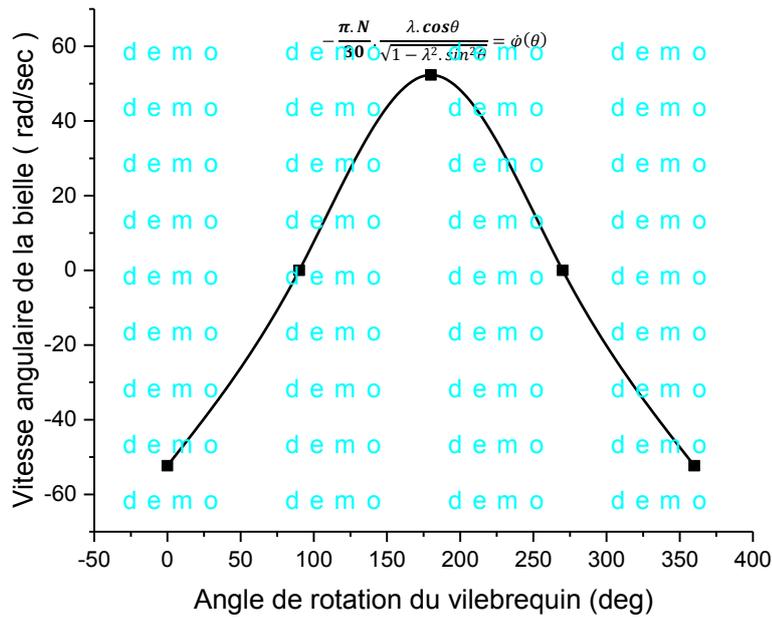


Fig 3.2 : Variation de la vitesse angulaire de la bielle en fonction de l'angle vilebrequin

3- L'accélération angulaire de la bielle en fonction de l'angle de rotation de la manivelle :

On dérive une deuxième fois la relation cinématique fondamentale par rapport au temps :

$$\frac{d(R \cdot \dot{\theta} \cdot \cos \theta)}{dt} = \frac{d(L \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos \varphi)}{dt}$$

$$R \cdot \ddot{\theta} \cdot \cos \theta - R \cdot \dot{\theta}^2 \cdot \sin \theta = L \cdot \ddot{\varphi} \cdot \cos \varphi - L \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot \sin \varphi \quad (\text{avec } \ddot{\theta} = 0 \text{ Car } \dot{\theta} = \text{Constante})$$

Or :

$$R \cdot \sin \theta = L \cdot \sin \varphi$$

Donc :

$$\ddot{\varphi} = \frac{L \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot \sin \varphi - L \cdot \dot{\theta}^2 \cdot \sin \varphi}{L \cdot \cos \varphi}$$

Soit finalement :

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi} &= (\dot{\varphi}^2 - \dot{\theta}^2) \cdot \text{tg} \varphi = - \left[\frac{\lambda^2 \cdot \dot{\theta}^2 \cdot \cos^2 \theta}{(1 - \lambda^2 \cdot \sin^2 \theta)} - \dot{\theta}^2 \right] \cdot \frac{\lambda \cdot \sin \theta}{\sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2 \theta}} = \dot{\theta}^2 \cdot \frac{(1 - \lambda^2) \cdot \lambda \cdot \sin \theta}{(1 - \lambda^2 \cdot \sin^2 \theta)^{\frac{3}{2}}} \\ &= \ddot{\varphi}(\theta) \end{aligned}$$

- Si $\theta = 0$ alors $\ddot{\varphi} = 0 \text{ rad/sec}^2$
- Si $\theta = \frac{\pi}{2}$ alors $\ddot{\varphi} = + 45257.560 \text{ rad/sec}^2$
- Si $\theta = \pi$ alors $\ddot{\varphi} = 0 \text{ rad/sec}^2$

- Si $\theta = \frac{3\pi}{2}$ alors $\ddot{\varphi} = -45257.560 \text{ rad/sec}^2$
- Si $\theta = 2\pi$ alors $\ddot{\varphi} = 0 \text{ rad/sec}^2$

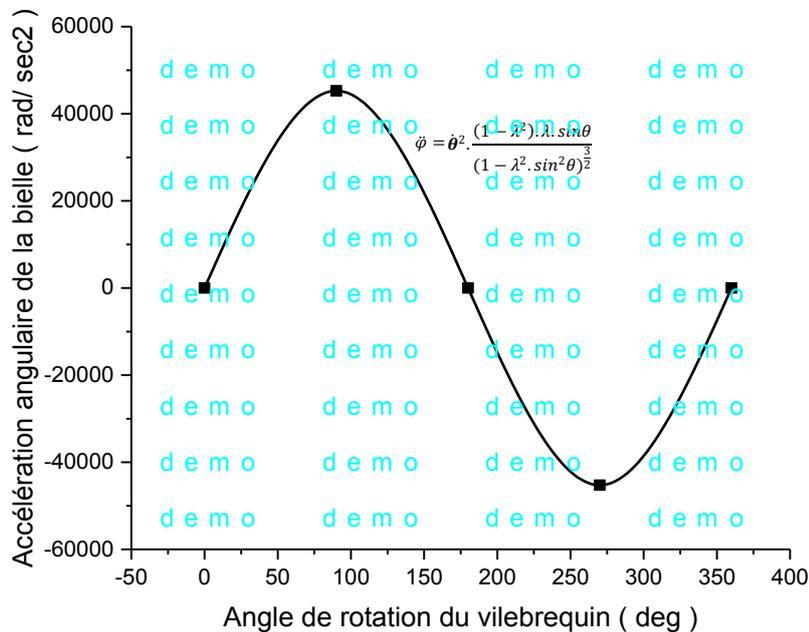


Fig 3.3 : Variation de l'accélération angulaire de la bielle en fonction de l'angle vilebrequin

Solution de l'EXO 2 :

1- **Cinématique du maneton :**

- Le centre A de maneton se déplace sur un cercle de centre O et de rayon $R = \frac{c_p}{2} = 40.8 \text{ mm}$;
- La vitesse du point A est constante en module et égale à $R \cdot \dot{\theta}$
- Pour $N = 1000 \text{ tours /min}$ on $a\vec{V}\left(A, \frac{1}{0}\right) = -4.27 \frac{m}{sec} \cdot \vec{X}_1$
- Pour $N = 6000 \text{ tours /min}$ on $a\vec{V}\left(A, \frac{1}{0}\right) = -25.63 \frac{m}{sec} \cdot \vec{X}_1$
- L'accélération du point A est centripète et constante en module et égale à $R \cdot \dot{\theta}^2$
- Pour $N = 1000 \text{ tours /min}$ on $a\vec{\gamma}\left(A, \frac{1}{0}\right) = -447 \frac{m}{sec^2} \cdot \vec{Y}_1$
- Pour $N = 6000 \text{ tours /min}$ on $a\vec{\gamma}\left(A, \frac{1}{0}\right) = -16107 \frac{m}{sec^2} \cdot \vec{Y}_1$

2- **Cinématique du piston :**

Position du piston :

$$\vec{OB} = d \cdot \vec{Y}_0 = (R \cdot \cos \theta - L \cdot \cos \varphi) \cdot \vec{Y}_0 = \left(R \cdot \cos \theta + L \cdot \sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2 \theta} \right) \cdot \vec{Y}_0$$

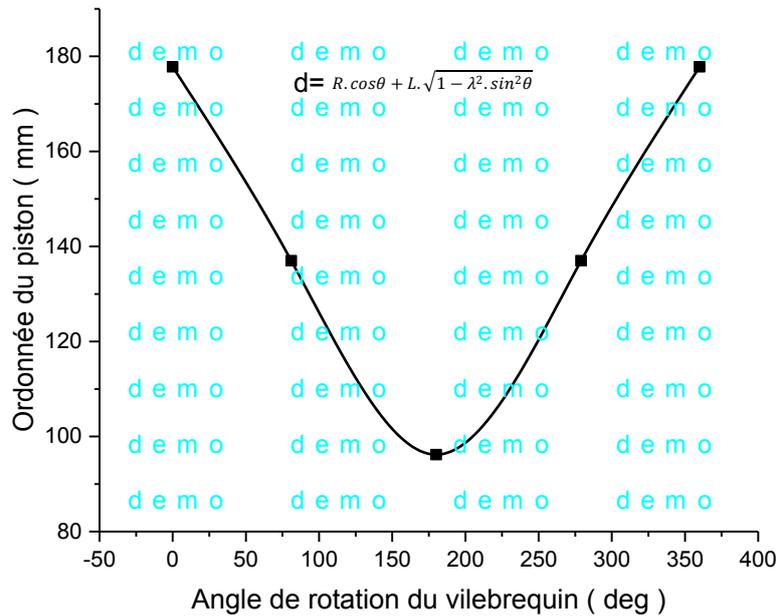


Fig 3.4 : Ordonnée du piston en fonction de l'angle de rotation du vilebrequin

- Si $\theta = 0$, le point B est au PMH (Point Mort Haut), alors $\cos\theta=1$ et $\cos\varphi=-1$
« d » prend sa valeur maximale

$$d_{max} = R + L = 177.8 \text{ mm}$$

- Si $\theta = \pi$, le point B est au PMB (Point Mort Bas), alors $\cos\theta=-1$ et $\cos\varphi=-1$
« d » prend sa valeur minimale

$$d_{min} = -R + L = 96.2 \text{ mm}$$

Angle à mi-course :

Le piston est à mi-course lorsque $d = \frac{d_{max}+d_{min}}{2} = 137 \text{ mm} = L$

Ce qui correspond à $\theta = 81^\circ$ et $\theta = 279^\circ$

Vitesse du piston :

$$\vec{V}\left(B, \frac{2}{0}\right) = R \cdot (\dot{\varphi} - \dot{\theta}) \cdot \sin\theta \cdot \vec{Y}_0 = R \cdot \left(-\frac{\pi \cdot N}{30} \cdot \frac{\lambda \cdot \cos\theta}{\sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2\theta}} + \frac{\pi \cdot N}{30} \right) \cdot \sin\theta \cdot \vec{Y}_0$$

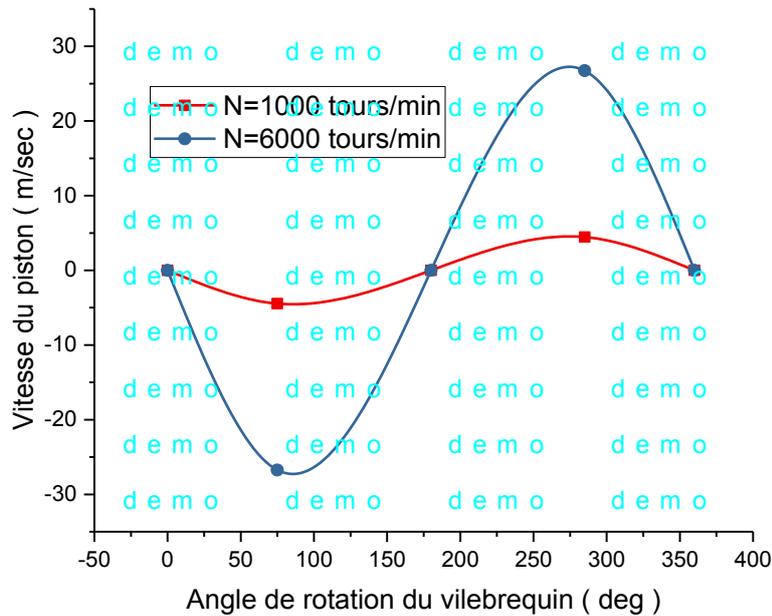


Fig 3.5 : Vitesse du piston en fonction de l'angle de rotation du vilebrequin pour 2 régimes différents

- Si $\theta = 0$ et $\theta = \pi$, le piston est au PMH et au PMB respectivement, la vitesse est nulle
- Si $\theta = \frac{\pi}{2}$ et $\theta = \frac{3\pi}{2}$, la vitesse du piston est $\vec{V}\left(B, \frac{z}{0}\right) = \pm R \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{Y}_0$
 - Pour $N = 1000$ tours/min on a $\vec{V}\left(B, \frac{z}{0}\right) = \pm 4.27 \text{ m/s}$
 - Pour $N = 6000$ tours/min on a $\vec{V}\left(B, \frac{z}{0}\right) = \pm 25.63 \text{ m/s}$

Le piston atteint sa vitesse maximale pour $\theta = 75^\circ$ et $\theta = 285^\circ$

- Pour $N = 1000$ tours/min on a $\overline{Vmax}\left(B, \frac{z}{0}\right) = \mp 4.46 \text{ m/s}$
- Pour $N = 6000$ tours/min on a $\overline{Vmax}\left(B, \frac{z}{0}\right) = \mp 26.75 \text{ m/s}$

On peut remarquer que l'approximation $tg\theta = \frac{1}{\lambda}$ est bonne puisqu'elle donne $\theta = 73.416^\circ$, alors que la formule exacte:

$$\sin^6 \theta - \frac{1}{\lambda^2} \cdot \sin^4 \theta - \frac{1}{\lambda^4} \cdot \sin^2 \theta + \frac{1}{\lambda^4} = 0$$

Donne $\theta = 74.621^\circ$

Vitesse moyenne du piston :

La vitesse moyenne du piston est égale à $\frac{Course \cdot N}{30}$

- Pour $N = 1000$ tours/min, $V_{moy} = 2.72 \text{ m/s}$

- Pour $N = 6000$ tours/min, $V_{moy} = 16.32$ m/s

Accélération du piston :

$$\begin{aligned} \vec{\gamma}\left(B, \frac{2}{0}\right) &= [R \cdot \dot{\theta} \cdot (\dot{\varphi} - \dot{\theta}) \cdot \cos\theta + R \cdot \ddot{\varphi} \cdot \sin\theta] \cdot \vec{Y}_0 \\ &= \left[R \cdot \dot{\theta} \cdot \left(-\dot{\theta} \cdot \frac{\lambda \cdot \cos\theta}{\sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2\theta}} - \dot{\theta} \right) \cdot \cos\theta + R \cdot \dot{\theta}^2 \cdot \frac{(1 - \lambda^2) \cdot \lambda \cdot \sin\theta}{(1 - \lambda^2 \cdot \sin^2\theta)^{\frac{3}{2}}} \cdot \sin\theta \right] \cdot \vec{Y}_0 \\ &= -R \cdot \dot{\theta}^2 \cdot \left[\left(\frac{\lambda \cdot \cos\theta}{\sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2\theta}} + 1 \right) \cdot \cos\theta - \frac{(1 - \lambda^2) \cdot \lambda \cdot \sin\theta}{(1 - \lambda^2 \cdot \sin^2\theta)^{\frac{3}{2}}} \cdot \sin\theta \right] \cdot \vec{Y}_0 \end{aligned}$$

Solution de l'EXO 3 :

Données de départ :

$D = 92$ mm, $C_p = 90$ mm, $L = 140$ mm, $N = 2000$ tours / min, $\varepsilon = 10$

1- la vitesse moyenne du piston :

$$V_{moy.pist} = \frac{C_p \cdot N}{30} = \frac{90 \cdot 10^{-3} \cdot 2000}{30} = 6 \text{ m/sec}$$

2- Lorsque le piston est à mi-course, alors l'ordonnée du piston $d=L$ c-à-d que : $\cos\theta = \frac{\lambda}{2}$

a- Le volume du cylindre occupé par les gaz à mi-course :

$$V_{mi-course} = V_{mort} + \frac{V_u}{2}$$

Or : $\varepsilon = \frac{V_u + V_m}{V_m} = \frac{V_u}{V_m} + 1$ donc : $V_m = \frac{V_u}{(\varepsilon - 1)}$

$$V_{mi-course} = V_{mort} + \frac{V_u}{2} = \frac{V_u}{(\varepsilon - 1)} + \frac{V_u}{2} = V_u \cdot \left[\frac{1}{(\varepsilon - 1)} + \frac{1}{2} \right]$$

Où : $V_u = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot C_p \cdot 10^{-9} = 5.97 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$ et $V_{mi-course} = 6.63 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$

b- La vitesse du piston : puisque $\cos\theta = \frac{\lambda}{2} = 0.125$ alors $\theta \cong 83^\circ$.

En remplaçant cet angle converti en radian dans l'expression de la vitesse instantanée du

piston : $\vec{V}\left(B, \frac{2}{0}\right) = R \cdot \left(-\frac{\pi \cdot N}{30} \cdot \frac{\lambda \cdot \cos\theta}{\sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2\theta}} + \frac{\pi \cdot N}{30} \right) \cdot \sin\theta \cdot \vec{Y}_0 = -\frac{\pi \cdot N}{30} \cdot R \cdot \left(\frac{\lambda \cdot \cos\theta}{\sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2\theta}} + 1 \right)$

On trouve : $\vec{V}\left(B, \frac{2}{0}\right) = - 9.716 \text{ m/s}$

c- L'accélération du piston à mi-course se calcule de la même manière en remplaçant

l'angle $\theta \cong 83^\circ$ dans l'expression ci-dessous :

$$\vec{\gamma}\left(B, \frac{2}{0}\right) = -R \cdot \dot{\theta}^2 \cdot \left[\left(\frac{\lambda \cdot \cos\theta}{\sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2\theta}} + 1 \right) \cdot \cos\theta - \frac{(1 - \lambda^2) \cdot \lambda \cdot \sin\theta}{(1 - \lambda^2 \cdot \sin^2\theta)^{\frac{3}{2}}} \cdot \sin\theta \right] \cdot \vec{Y}_0$$

On trouve : $\vec{\gamma}\left(B, \frac{2}{0}\right) = -256.728 \quad \text{m/s}^2$

d- Le couple moteur développé par le moteur, si à cette position la pression des gaz est de $P(83^\circ) = 10 \text{ bars}$.

$$\begin{aligned} C(\theta) &= R \cdot F_T = R \cdot F \cdot \frac{\sin(\theta + \beta)}{\cos\beta} = R \cdot F \cdot \frac{\sin(\theta + \arccos(\sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2\theta}))}{\sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2\theta}} \\ &= \frac{C_p}{2} \cdot 10^{-3} P(83^\circ) \cdot 10^5 \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot 10^{-6} \cdot \frac{\sin(83^\circ + \arccos(\sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2 83^\circ}))}{\sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2 83^\circ}} \end{aligned}$$

A.N :

$C(\theta) = \quad \quad \quad \text{N.m}$

Solution de l'EXO 4 :

Le diamètre D du cylindre est aussi appelé alésage. Le déplacement du piston est borné par deux points limites : Le point mort haut (PMH) et le point mort bas (PMB). Lorsque le piston est au PMH (respectivement au PMB), alors le volume de la chambre de combustion est minimum (respectivement maximum). La course représente la distance L parcourue par le piston entre ces deux points de référence. Notons que le rapport entre la course et le rayon de la bielle, r, est un paramètre invariant du moteur, la relation suivante est pratiquement toujours respectée :

$$L=2r$$

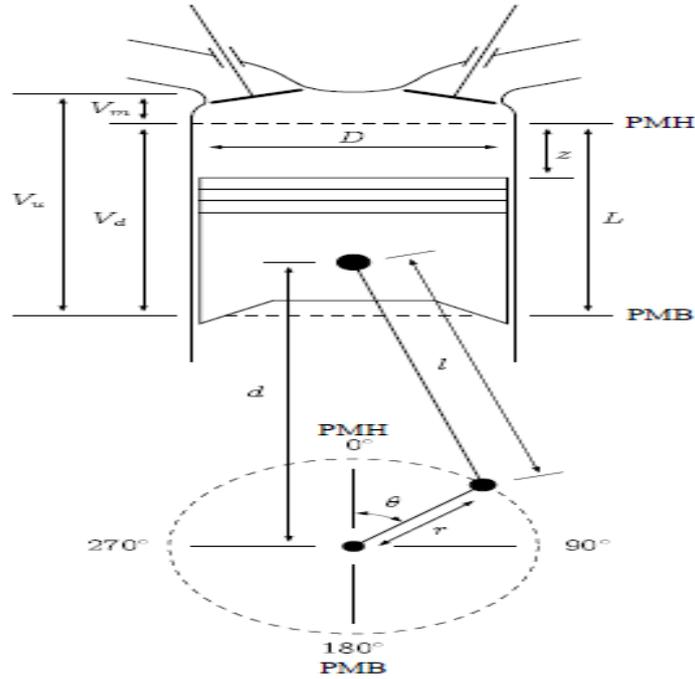


Fig 3.6 : Schéma de calcul du volume instantané occupé par les gaz

Le volume déplacé (ou cylindrée unitaire) V_d correspond au volume balayé par le piston entre le PMH et le PMB :

$$V_d = \frac{\pi D^2}{4} L \quad (1)$$

Le volume total de la chambre de combustion V_t est égal à la somme du volume déplacé V_d et du volume mort V_m :

$$V_t = V_d + V_m \quad (2)$$

Le taux de compression : il correspond au rapport du volume total au volume mort :

$$\varepsilon_c = \frac{V_t}{V_m} = \frac{V_d + V_m}{V_m} \quad (3)$$

Le rapport bielle-manivelle : C'est un rapport entre la longueur de la bielle et le rayon de la manivelle.

$$R_{bm} = \frac{l}{r} \quad (4)$$

Le Volume instantané de la chambre de combustion :

$$V_{cyl} = V_m + \frac{\pi D^2}{4} (l + r - d) \quad (5)$$

La distance d : position verticale du piston dans le cylindre qui sépare l'axe du vilebrequin de l'axe du piston.

$$d = r \cos \theta + \sqrt{l^2 - r^2 \sin^2 \theta} \quad (6)$$

$$V_{cyl} = V_m + \frac{\pi D^2}{4} (l + r - r \cos \theta + \sqrt{l^2 - r^2 \sin^2 \theta}) \quad (7)$$

$$V_{cyl} = V_m + \frac{\pi D^2}{4} r \left(\frac{l}{r} + 1 - \cos \theta + \sqrt{\left(\frac{l}{r}\right)^2 - \sin^2 \theta} \right) \quad (8)$$

$$V_{cyl} = V_m + \frac{\pi D^2}{4} \frac{L}{2} \left(R_{bm} + 1 - \cos \theta - \sqrt{R_{bm}^2 - \sin^2 \theta} \right) \quad (9)$$

$$V_{cyl} = V_m + \frac{V_d}{2} \left(R_{bm} + 1 - \cos \theta - \sqrt{R_{bm}^2 - \sin^2 \theta} \right) \quad (10)$$

$$\frac{V_{cyl}}{V_m} = 1 + \frac{V_d}{2V_m} \left(R_{bm} + 1 - \cos \theta - \sqrt{R_{bm}^2 - \sin^2 \theta} \right) \quad (11)$$

$$\frac{V_d}{V_m} = \frac{V_d + V_m - V_m}{V_m} = \varepsilon_c - 1 \quad (12)$$

$$\frac{V_{cyl}}{V_m} = 1 + \frac{\varepsilon_c - 1}{2} \left(R_{bm} + 1 - \cos \theta - \sqrt{R_{bm}^2 - \sin^2 \theta} \right) \quad (13)$$

La relation entre l'angle vilebrequin θ , la vitesse de rotation ω et le temps s'écrit : $\theta = \omega t$

Les positions du point mort haut et du point mort bas s'expriment relativement à l'angle vilebrequin, ainsi, $\theta_{PMH} = 0^\circ V$ et $\theta_{PMB} = 180^\circ V$, ou $^\circ V$ désigne le degré vilebrequin. N représente la vitesse de rotation du vilebrequin.

$$\theta = \omega t = \frac{\pi N}{30} \cdot t \quad (14)$$

La surface d'échange A : la chambre de combustion de surface A à une position quelconque de manivelle θ est donnée par :

$$A(\theta) = A_{ch} + A_p + \pi D(l + r - d) \quad (15)$$

Où A_{ch} : La surface de tête de cylindre et A_p la surface de la tête du piston.

$$A_{ch} \approx A_p = \frac{\pi D^2}{4} \quad (16)$$

En remplaçant l'équation (16) dans (15), on trouve:

$$A(\theta) = 2 \frac{\pi D^2}{4} + \frac{\pi D L}{2} \left(R_{bm} + 1 - \cos \theta - \sqrt{R_{bm}^2 - \sin^2 \theta} \right) \quad (17)$$

La vitesse moyenne du piston : Puisque le piston parcourt deux fois la distance entre le PMH et le PMB pour une révolution du vilebrequin, la vitesse moyenne s'écrit :

$$\bar{V}_p = \frac{C_p \cdot N}{30} \quad (18)$$

La vitesse instantanée du piston V_p s'obtient par dérivation de l'expression (6) :

$$V_p = \frac{dd}{dt} = \frac{dd}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} = \frac{dd}{d\theta} \omega \quad (19)$$

$$= r \cdot \sin \theta \left[1 + \frac{\cos \theta}{\sqrt{R_{bm}^2 - \sin^2 \theta}} \right] \cdot \omega \quad (20)$$

ETUDE DU MECANISME DE DISTRIBUTION

1) Généralités :

La distribution dans un moteur à combustion interne doit permettre une évacuation aussi complète que possible des gaz brûlés et surtout l'introduction d'une masse aussi considérable que possible du fluide frais (mélange carburé pour les moteurs à essence et air pur pour les moteurs diesel).

2) Les soupapes:

Les soupapes sont les organes qui régissent l'entrée et la sortie des gaz dans la chambre de combustion.

Le diamètre de leur tête doit être important. Cette dimension est limitée par la place libre dans la chambre de combustion, le poids de la soupape qui doit rester minimal, et par sa résistance mécanique aux chocs et aux déformations.

La portée conique assure une étanchéité parfaite à la fermeture et un centrage correct évitant la déformation de la tige.

Les angles de portée sont d'environ 90° . Les soupapes d'admission qui subissent des températures moins élevées peuvent avoir un angle de 120° , protégeant moins bien la soupape des déformations, mais offrant, pour une même hauteur de levée, une section de passage de gaz plus importante (Fig 4.1).

Détails d'une soupape :

Les soupapes de grande série sont en acier au nickel-chrome sont obtenues par matriçage avec chauffage électrique. Elles sont tournées puis rectifiées.

Les queues et les portées reçoivent un traitement qui accroît leur dureté.

Pour les moteurs présentant des surchauffes au niveau des soupapes, on dispose de soupapes à tige creuse et partiellement remplies de sodium ou des sels de lithium et potassium.

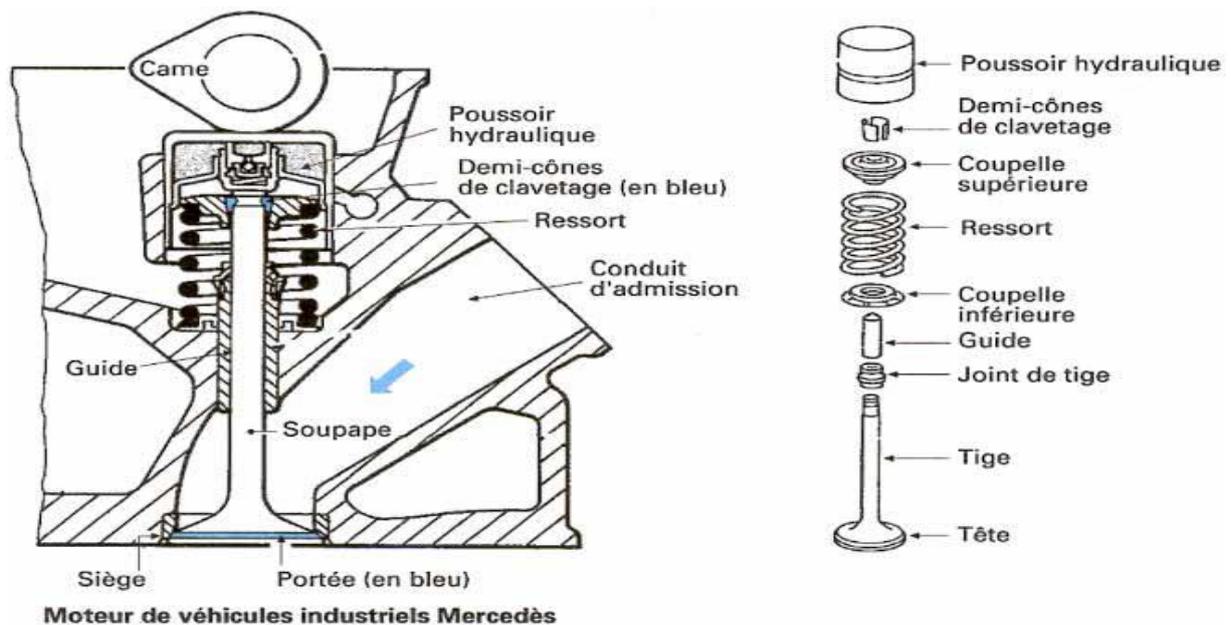


Fig 4.1 : Détails d'une soupape

3) Les ressorts de soupapes

Autour de la tige de chaque soupape, on monte un ressort hélicoïdal comprimé entre une face usinée du carter fixe et une cuvette en acier solidaire de la queue de soupape.

Lorsqu'on comprime un ressort à une fréquence élevée celui-ci risque d'entrer en résonance. On dit qu'il y a "affolement des soupapes"

4) Calage des soupapes

Dans la distribution des moteurs à 4 temps :

- Le début de la phase d'échappement doit réellement se produire en OE. Généralement entre 35° à 85° avant le **PMB** (l'angle de manivelle correspond au volume maximal) et se termine en FE, de préférence un peu après le **PMH** (l'angle de manivelle correspond au volume minimale) habituellement 6° à 20° après le passage au volume minimal.
- D'autre part que l'admission peut avantageusement commencer en OA quelques degrés (habituellement 6° à 20°) avant le **PMH** (précédant quelque peu la fin d'échappement) et se termine en FA de 35° à 60° après le **PMB** (**Fig. 4.2**).

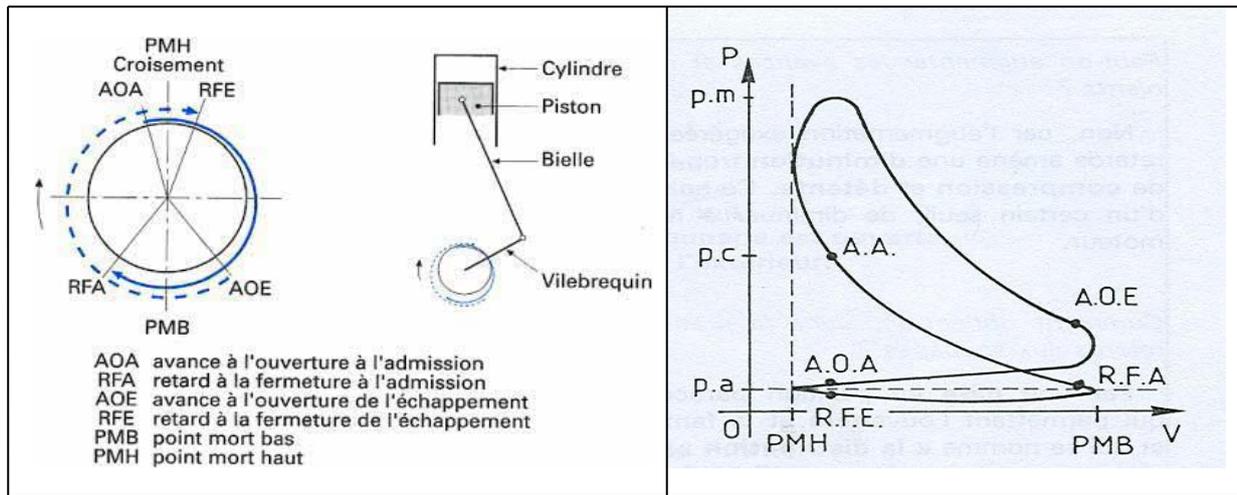


Fig. 4.2: Variation de volume et de pression dans le cycle réel.

II. Les cames :

1. Définition :

Une came est un organe qui transforme un mouvement circulaire uniforme en un mouvement périodique, le plus souvent rectiligne alternatif.

Dans les moteurs modernes d'automobiles et de tracteurs, on applique des différents profils de cames, à savoir :

Profil convexe (**Fig(4.3).1**), tangentiel (**Fig(4.3).2**), concave (**Fig(4.3).3**).

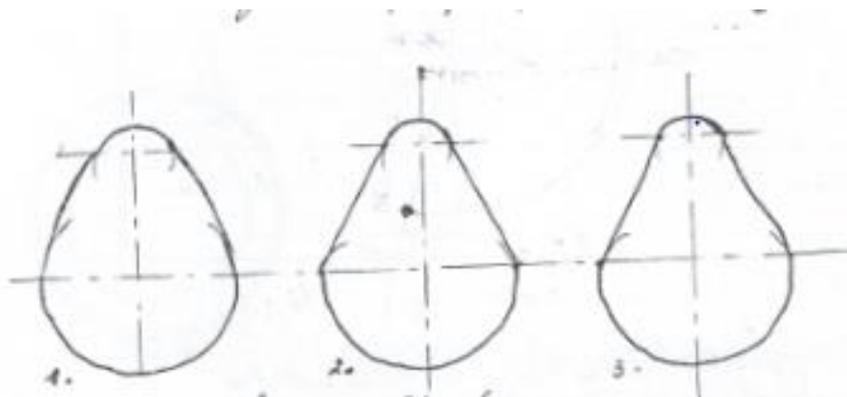


Fig 4.3 : Les 3 profils possibles d'une came

Les cames à profil convexe peuvent être appliquées pour refouler les poussoirs à fond plat, ceux à fond convexe et ceux à galets tandis que ceux à profil tangentiel sont généralement appliqués pour refouler le poussoir à galet.

2. Fonction :

- Réaliser l'ouverture des soupapes au moment précis où le piston et par suite, le vilebrequin occupent une position déterminée.

- Maintenir l'ouverture des soupapes levées pendant le temps nécessaire soit à l'admission, soit à l'échappement.

Le mouvement de l'arbre à cames doit être lié de façon invariable à celui du vilebrequin, tel que la fréquence de rotation l'arbre à cames est la moitié de celle du vilebrequin.

$$\frac{\text{Nombre de tours de l'arbre à cames}}{\text{Nombre de tours du vilebrequin}} = \frac{1}{2}$$

1. Le profil de la came :

On va essayer de tracer la came à profil **convexe** qui peut être utilisée pour refouler le poussoir à fond plat (ou bien celui à galet).

1) On trace d'abord un cercle de base de rayon R_0 (voir la figure 03). La valeur de R_0 est choisie de façon que l'arbre à cames à une résistance suffisante.

*Pour les moteurs à aspiration naturelles : $R_0 = (1,5 \div 2) \cdot h_{\text{max}}$

*Pour les moteurs suralimentés : $R_0 = (3 \div 4) \cdot h_{\text{max}}$

2) Le secteur d'angle ($2\varphi_{p0}$) est séparé par les rayons OA et OA1

Où :

$2\varphi_{p0}$ représente la durée d'ouverture d'une soupape (admission-échappement) dont la valeur par exemple pour la soupape d'admission est déterminée par la formule suivante :

$$2\varphi_{p0} = \frac{\varphi_{AOA} + 180^\circ + \varphi_{RFA}}{2}$$

Soit :

$$\varphi_{p0} = \frac{\varphi_{AOA} + 180^\circ + \varphi_{RFA}}{4}$$

3) On sépare ensuite sur le rayon vertical le morceau DC correspondant à la levée maximale du poussoir.

La valeur de h_{pmax} à pour expression :

*Dans le cas de mécanisme de distribution sans culbuteur :

$$h_{pmax} = h_{smax}$$

*Dans le cas de mécanisme de distribution avec culbuteur :

$$h_{pmax} = \frac{l_p}{l_s} h_{smax}$$

Où :

l_p et l_s : Les bras de culbuteur adjacent respectivement à la tige du poussoir et à la soupape.

4) Le rayon de carbure R_2 est choisi de suite que ($R_2 > 2mm$). On sépare au-dessous du point C le morceau CO_2 correspondant au rayon R_2 .

La courbure de rayon R_2 est raccordée au cercle de base de rayon R_0 par la courbure de rayon R_1 tracée à partir des centres O_1 et O_2 .

La courbure de rayon R_1 est conjuguée avec la courbure de rayon R_2 par les points B et B_1 , et avec la courbure de rayon R_0 par les points A et A_1 .

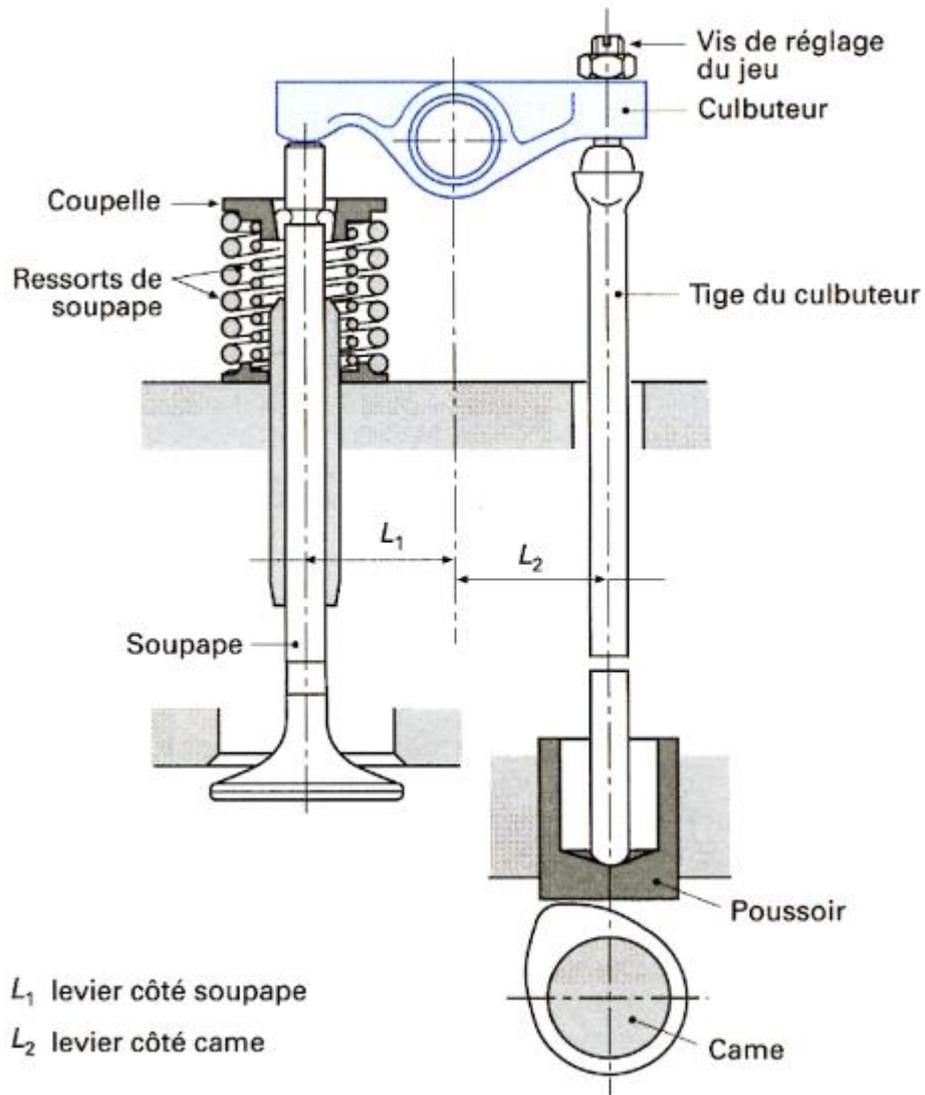


Fig 4.5 : Schéma du mécanisme de distribution culbuté

La relation entre R_0 , R_1 et R_2 est déterminée de la manière suivante:

Considérons le triangle O_1OO_2 (voir fig. 3)

On peut écrire (En utilisant la règle du cosinus) :

$$(O_1O_2)^2 = (OO_1)^2 + (OO_2)^2 - 2(OO_1)(OO_2) \cdot \cos(180^\circ - \varphi_{p_0})$$

Avec :

$$OO_1 = R_1 - R_0$$

$$O_1 O_2 = R_1 - R_2$$

$$O O_2 = R_0 + h_{pmax} - R_2 = A$$

Et $\widehat{O_1 O O_2} = 180^\circ - \varphi_{p0}$

D'où :

$$R_1 = \frac{R_0^2 + A - R_2^2 - 2R_0 \cdot A \cdot \cos \varphi_{p0}}{2(R_0 - R_2 - A \cdot \cos \varphi_{p0})}$$

Remarque :

1- Dans le cas d'un profil tangentiel (c-à-d que la courbure de rayon R2 et le cercle de base de rayon R0 sont raccordés par une tangente, alors $R_1 \rightarrow \infty$. Alors :

$$R_2 = R_0 - h_{pmax} \cdot \frac{\cos \varphi_{p0}}{1 - \cos \varphi_{p0}}$$

2- Afin d'assurer un jeu δ compensant la dilatation de la tige de soupape, l'arrière du cercle de base est usiné jusqu'au rayon R2 étant inférieur à R0 : $\delta = R_0 - R_c$.

III. Cinématique du poussoir à fond plat et de la soupape :

1. Cinématique du poussoir à fond plat :

La levée d'un tel poussoir dépend du rayon de courbure se trouvant sous le poussoir à l'instant donné. Le bossage (de AC et CA1) de la came est subdivisé en 2 parties.

Première partie : correspondant à la courbure de rayon R1.

Deuxième partie : correspondant à la courbure de rayon R2.

a) Cinématique du poussoir:

La loi de mouvement du poussoir dépend du profil de la came et du type du poussoir.

Les é facteurs directeurs de l'élaboration de cette étude sont :

- La hauteur de levée ;
- Le temps de levée.

Le temps de levée se décompose lui-même e :

- t_1 : temps de mise en vitesse du poussoir. L'accélération est alors constamment positive ; la force d'inertie applique les masses en mouvement contre la came.
- t_2 : temps d'amortissement de la vitesse, qui décroît de son maximum à zéro, valeur atteinte quand la hauteur de levée est accomplie. L'accélération est alors constamment négative et la force d'inertie tend à éloigner les poussoirs de la came.

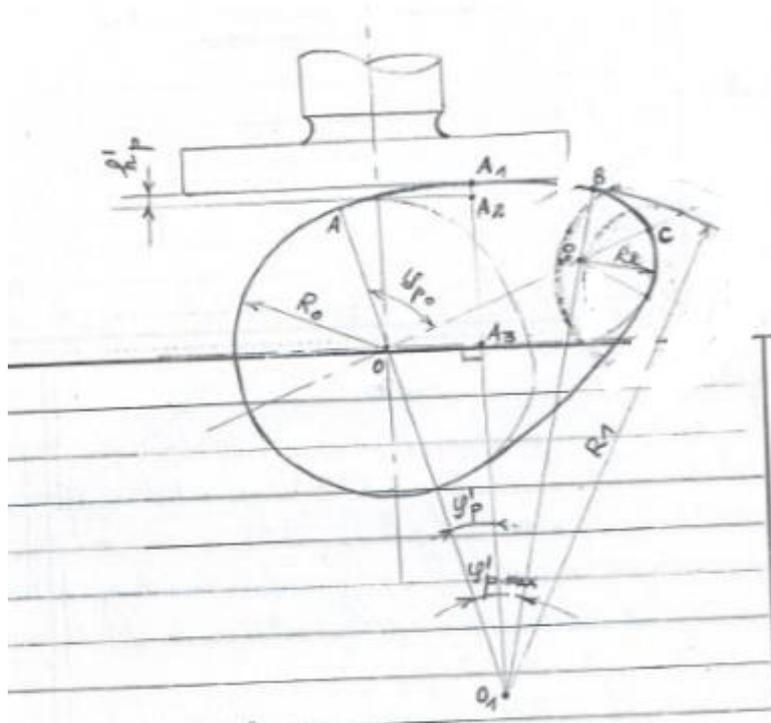


Fig 4.6: Levée du poussoir sur la première partie

Première partie : (voir fig 4.6)

Pour un angle φ'_p de rotation de l'arbre à cames, la levée instantanée du poussoir est :

$$h'_p = A_1A_2 = A_1O_1 - A_2O_1 = A_1O_1 - (A_2A_3 + A_3A_1) = R_1 - [R_0 + (R_1 - R_0) \cdot \cos\varphi'_p]$$

Ou encore :

$$h'_p = (R_1 - R_0) \cdot [1 - \cos\varphi'_p]$$

L'angle maximal ϕ'_{pmax} correspondant à la courbure AB de rayon R_1 est déterminé à partir du triangle O_1O_2 (Règle des sinus):

$$\frac{OO_2}{\sin\phi'_{pmax}} = \frac{O_1O_2}{\sin(180^\circ - \phi_{p_0})} = \frac{O_1O_2}{\sin(\phi_{p_0})}$$

Ou encore :

$$\frac{\sin\phi'_{pmax}}{\sin\phi_{p_0}} = \frac{OO_2}{O_1O_2} = \frac{R_0 + h_{pmax} - R_2}{R_1 - R_2} = \frac{A}{R_1 - R_2}$$

D'où :

$$\sin\phi'_{pmax} = \frac{A}{R_1 - R_2} \cdot \sin\phi_{p_0}$$

Pour un angle ϕ''_p de rotation de l'arbre à cames, la levée instantanée du poussoir est calculée comme suit (voir fig.6):

$$h''_p = C_1C_2 = C_1O_2 + O_2C_3 - C_2C_3 = R_2 + OO_2 \cdot \cos\phi''_p - R_0$$

Ou encore :

$$h''_p = R_2 - R_0 + OO_2 \cdot \cos\phi''_p$$

Sachant que : $A = R_0 + h_{pmax} - R_2$

L'expression finale de la levée devient :

$$h''_p = h_{pmax} - A \cdot (1 - \cos\phi''_p)$$

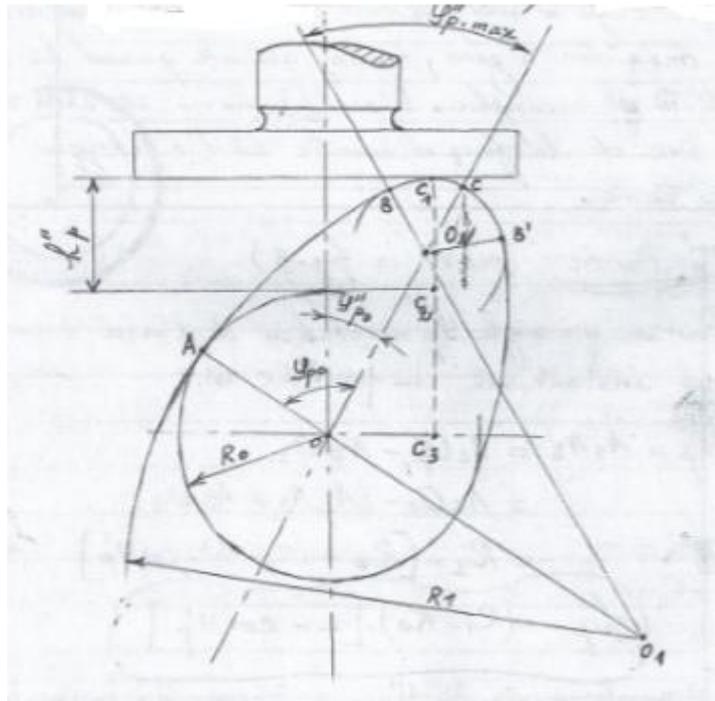


Fig 4.7: Levée du poussoir sur la deuxième partie

L'angle maximal φ''_{pmax} correspondant à la courbure BC de rayon R_2 est déterminé à partir de la relation suivante :

$$\varphi'_{pmax} + \varphi''_{pmax} = \varphi_{p0}$$

Soit :

$$\varphi''_{pmax} = \varphi_{p0} - \varphi'_{pmax}$$

b) Vitesse et accélération du poussoir:

La vitesse et l'accélération du poussoir sont obtenues en dérivant successivement h'_p et h''_p par rapport au temps.

***Pour la première partie on a :**

$$V'_P = \frac{dh'_p}{dt} = \frac{dh'_p}{d\varphi'_p} \cdot \frac{d\varphi'_p}{dt} = \omega_c (R_1 - R_0) \cdot \sin \varphi'_p \quad ; \text{ m/s}$$

$$\gamma'_P = \frac{dV'_P}{dt} = \frac{dV'_P}{d\varphi'_p} \cdot \frac{d\varphi'_p}{dt} = \omega_c^2 \cdot (R_1 - R_0) \cdot \cos \varphi'_p \quad ; \text{ m/s}^2$$

Où: $\omega_c^2 = \frac{1}{2} \cdot \omega$ la vitesse angulaire de l'arbre à cames don't sa valeur est égale à la moitié de celle du vilebrequin (rad / s).

***Pour la deuxième partie on a :**

$$V_p'' = \frac{dh_p''}{dt} = \frac{dh_p''}{d\varphi_p''} \cdot \frac{d\varphi_p''}{dt} = -\omega_c \cdot A \cdot \sin\varphi_p'' \quad ; \text{ m/s}$$

$$\gamma_p'' = \frac{dV_p''}{dt} = \frac{dV_p''}{d\varphi_p''} \cdot \frac{d\varphi_p''}{dt} = -\omega_c^2 \cdot A \cdot \cos\varphi_p'' \quad ; \text{ m/s}^2$$

2. Cinématique de la soupape :

La levée, la vitesse et l'accélération d'une soupape sont proportionnelles à celles du poussoir.

On distingue 2 cas :

- **Mécanisme de distribution culbuté (attaque indirecte) :**

$$\begin{cases} h_s = h_p \cdot \frac{l_s}{l_p} \\ V_s = V_p \cdot \frac{l_s}{l_p} \\ \gamma_s = \gamma_p \cdot \frac{l_s}{l_p} \end{cases}$$

- **Mécanisme de distribution non culbuté (attaque directe) :**

$$\begin{cases} h_s = h_p \\ V_s = V_p \\ \gamma_s = \gamma_p \end{cases}$$

De la figure ci-dessous, on voit que lorsque le poussoir est refoulé par la première partie (par la courbure de rayon R_1), les accélérations sont positives, mais au point B, l'accélération devient brusquement négative autant que le poussoir se trouve sur la courbure de rayon R_2 .

Le changement brusque de l'accélération (au point B) est suivi d'un changement brusque aussi des forces d'inertie, ce qui provoque à son tour un changement brusque des charges dynamiques sur les pièces du mécanisme de distribution. De ce fait, la soupape peut faire un bord incontrôlé surtout à grande vitesse.

C'est pourquoi, l'utilisation d'une came à profil convexe assure à la soupape un passage coulant des accélérations positives aux accélérations négatives et vice versa.

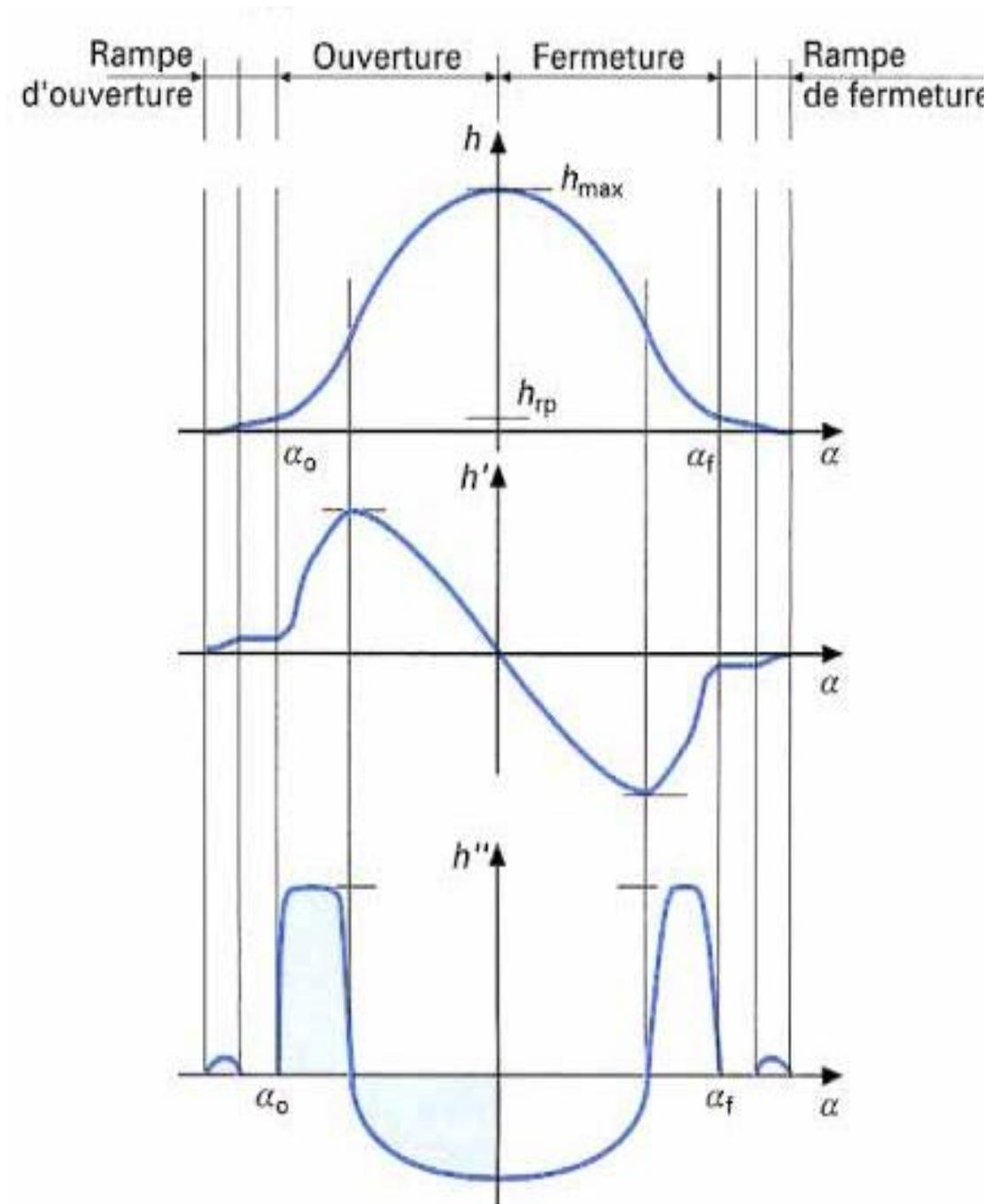


Fig 4.8 : Courbes de Levée, vitesse et accélération d'une soupape