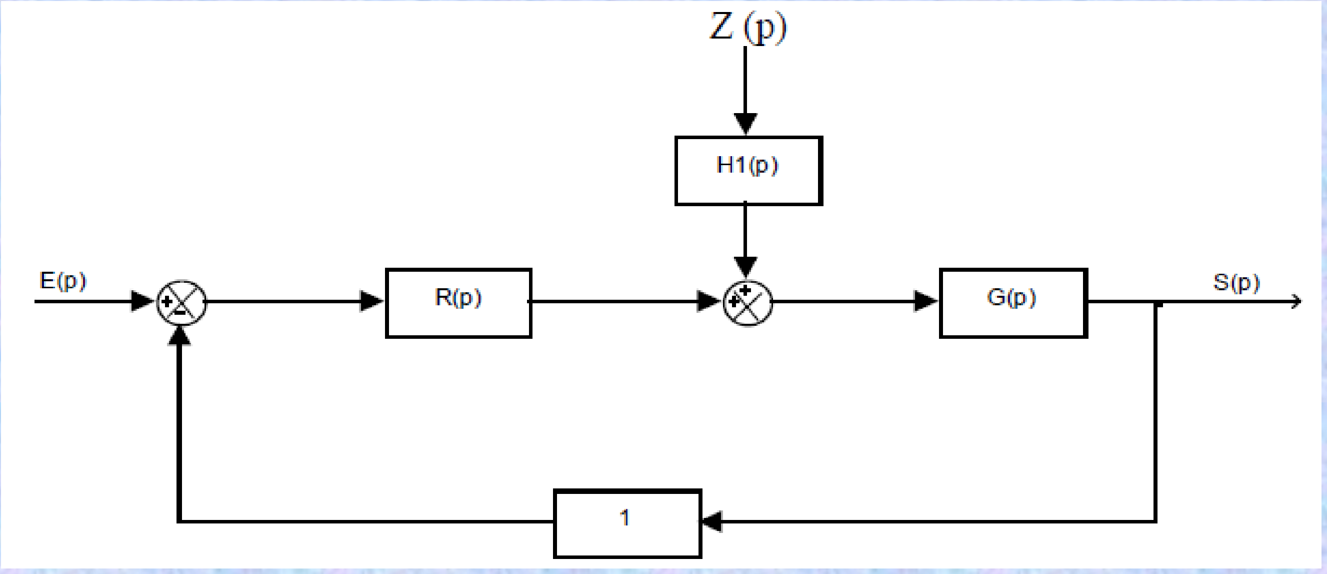
Chapitre 5- **Analyse et Synthèse Temporelle des S.A.L**

Plan

1. ***Généralités***
   1.1 Rappel
   1.2 But de l'entrée temporelle
2. ***Stabilité***
   2.1 Condition de stabilité
   2.2 Critère de Routh
3. ***Rapidité d'un système asservi***
   3.1 Définition
   3.2 Rappel sur le système du 2ème ordre
      3.2.1 Critère algébrique d'amortissement : Critère de Naslin
      3.2.2 Application
4. ***Précision d'un système asservi***
   4.1 Système à retour unitaire
   4.2 Calcul de $\varepsilon(\infty)$ pour différents systèmes
      4.2.1. Système à 2 entrées
      4.2.2. Système à retour non unitaire

1. Généralités

1.1 Rappel



E (p) : entrée principale ; Z (p) : perturbation ; S (p) : sortie

1.2 But de l'entrée temporelle

L'étude temporelle consiste à étudier les trois caractéristiques fondamentales d'un système asservi linéaire

- Rapidité
- Stabilité
- Précision

➢ Un système est dit performant s'il est *rapide*, *stable* et *précis*

2. Stabilité

Un système linéaire asservi est stable si abandonné à lui-même à partir de conditions initiales quelconque il revient à son état d'équilibre.

2.1 Condition de stabilité

Un système asservi linéaire est caractérisé par :

$$H(p) = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \ldots.. + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots.. + a_1 p + a_0} = \frac{X(p)}{D(p)}$$

-Equation caractéristique :

$$D(p) = 0$$

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots\ldots + a_1 p^1 + a_0 = 0$$

➢Un système est stable si les parties réelles des pôles (solution de D (p) = 0) sont *négatives*.

Remarque :

Cette condition *nécessaire et suffisante* nécessite un calcul des racines ce qui rend cette condition inacceptable lorsque l'ordre du système est important > 2. Il suffit de déterminer *le signe de la partie réelle* des pôles en utilisant le *critère de Routh*. Critère de Routh : parties réelles < 0.

2. Stabilité

2.2 Critère de Routh

$$D(p) = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + a_{n-2} p^{n-2} + \ldots\ldots + a_1 p^1 + a_0$$

Table de Routh

p^n	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	....	a_0
p^{n-1}	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	....	a_1
p^{n-2}	b_1	b_2	b_1	....	b_n
.. . .					
P^0	q_1	q	q_3	....	q_n

n+1 lignes

2. Stabilité

$$b_1 = \frac{a_{n-1}a_{n-2} - a_n a_{n-3}}{a_{n-1}}; \quad b_2 = \frac{a_{n-1}a_{n-4} - a_n a_{n-5}}{a_{n-1}}; \quad b_3 = \frac{a_{n-1}a_{n-6} - a_n a_{n-7}}{a_{n-1}}$$

$$c_1 = \frac{b_1 a_{n-3} - a_{n-1} b_2}{b_1}; \quad c_2 = \frac{b_1 a_{n-5} - a_{n-1} b_2}{b_1}; \quad c_3 = \frac{b_1 a_{n-7} - a_{n-1} b_4}{b_1}$$

………………………………………..

La condition nécessaire de stabilité s'exprime par le tableau de Routh comme suit :

- ***Tous*** les « ai » ***existent*** et de ***même signe*** (>0).
- ***Tous*** les coefficients de la ***1ère colonne*** sont ***strictement positifs***.

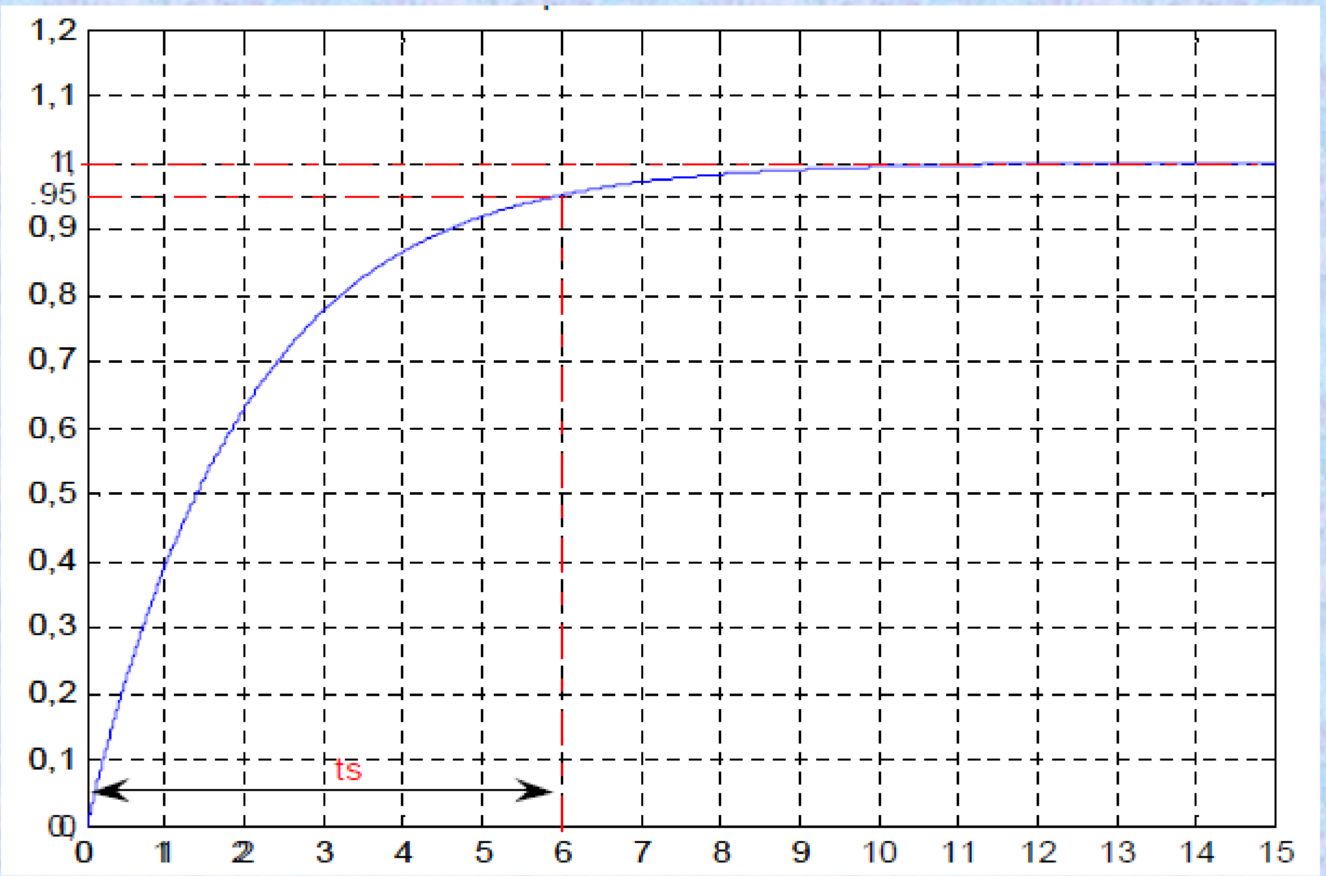
Remarques

- le nombre de changement de signe dans la 1ère colonne du tableau de Routh est égal au nombre des racines (des pôles) de D (p) à partie réelle positive.
- Si le système est d'ordre n, on a (n+1) coefficients sur la 1ère colonne du tableau de Routh.
- Si l'un des éléments de la 1ère colonne est égale à zéro, le système est asymptotiquement marginalement stable.

3. Rapidité d'un système asservi

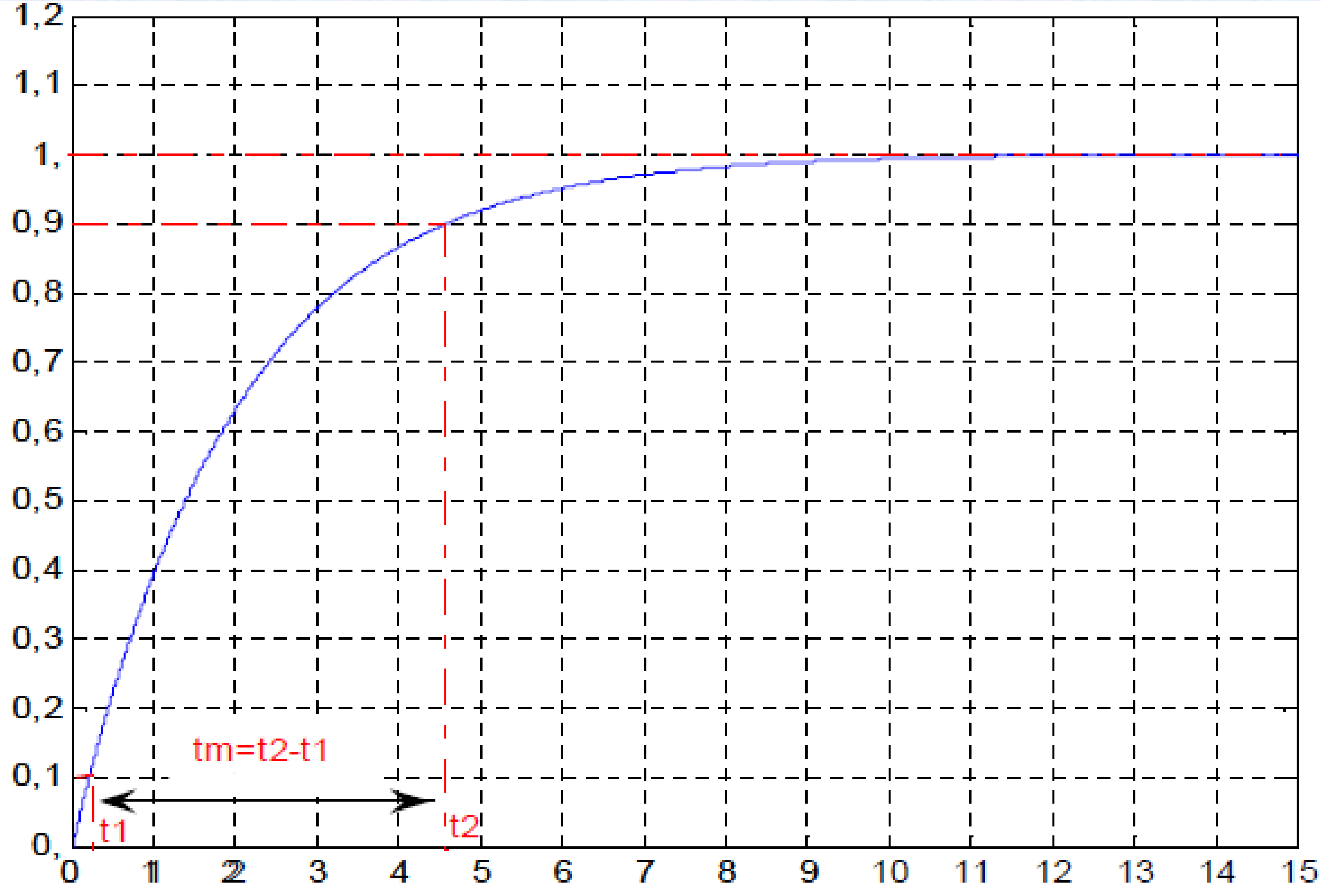
3.1 Définition

ts : le ***temps de stabilisation*** cherché à ± 5% (ou à ± 2%) de s(∞) ⇒ pour les systèmes oscillants amortis.



3. Rapidité d'un système asservi

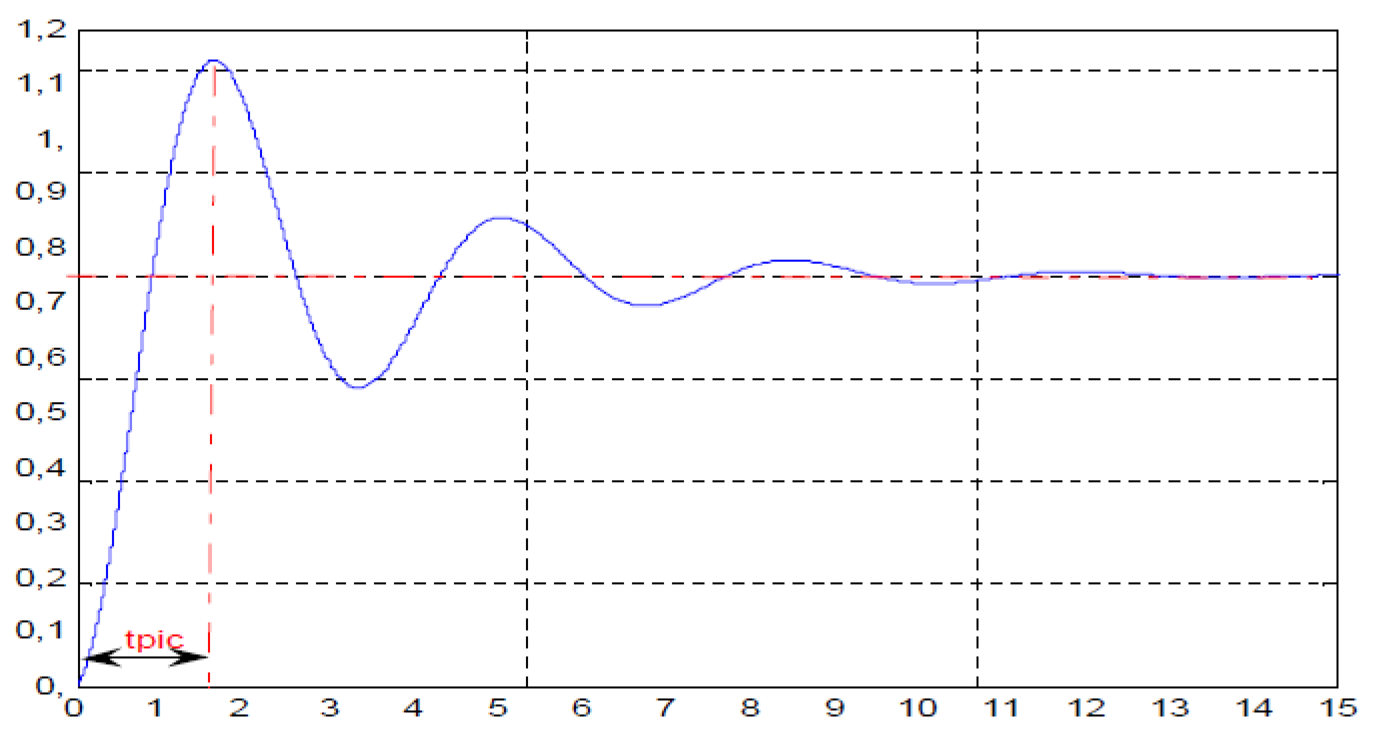
tr : le ***temps de réponse*** à 95% de s(∞) pour les systèmes apériodiques.



tm : le temps mis pour passer de 10% de s(∞) à 90% de s(∞) ⇒ C'est le ***temps de montée***.

3. Rapidité d'un système asservi

tp : C'est le temps mis pour atteindre le 1er dépassement ⇒ C'est ***le temps de pic***.



La rapidité s'exprime par le temps de stabilisation qui correspond au temps nécessaire pour que l'erreur εr à une consigne constante devient ≤ 5% de la consigne.

$$\left|\frac{y_c - y(t)}{y_c}\right| \leq 5\%$$