Chapitre 4- **Systèmes de Premier et Second Ordre**

Plan

A. *Système de 1er ordre*

1. Définition

2. Réponse d’un système de 1er ordre à quelques signaux canoniques

2.1 Réponse à un échelon

2.2 Réponse à une impulsion $e(t) = \delta(t) = 1$ pour $t = 0$

3. Système de 1er ordre généralisé

3.1 Définition

3.2 Réponse indicielle

B. *Système de 2ème ordre*

1. Définition

2. Fonction de transfert et équation caractéristique

2.1 Fonction de transfert et Equation caractéristique

3. Réponse indicielle

4. Placement des pôles

5. Dépassement et temps de pic ($0<m<1$)

6. Temps de stabilisation

A. Système de 1er ordre

1. Définition

Un système est dit de 1er ordre s'il est décrit par une équation différentielle de la forme :

$$\tau \frac{ds(t)}{dt} + s(t) = ke(t) \Rightarrow \tau p S(p) + S(p) = kE(p)$$

$$\boxed{H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{k}{1+\tau p}}$$

K: gain statique

τ: constante de temps qui caractérise le vitesse d'évolution de la sortie

2. Réponse d'un système de 1er ordre à quelques signaux canoniques

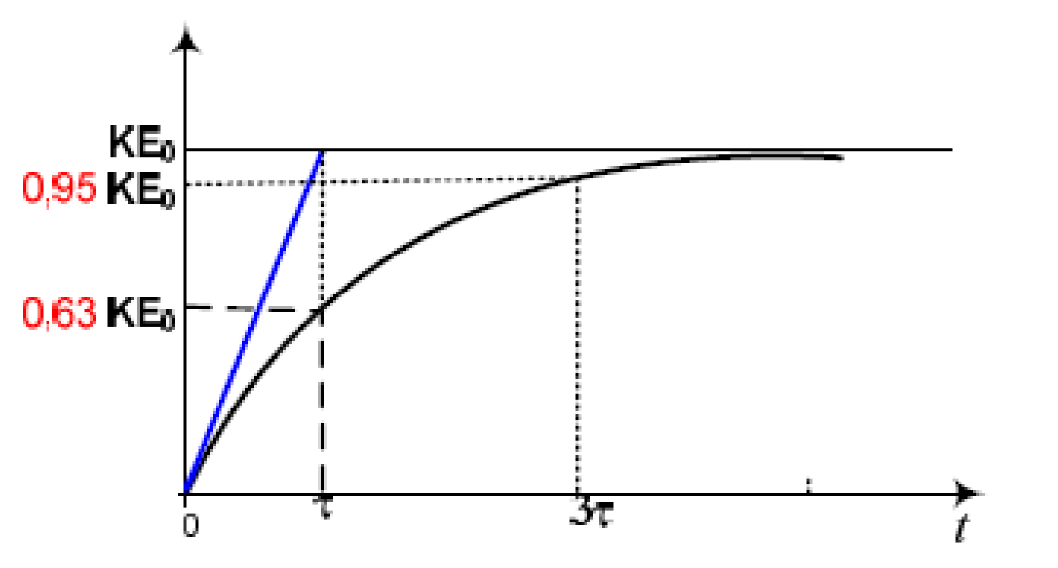
2.1.Réponse à un échelon: e*(t)=E_0 u(t)*

$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{k}{1+\tau p} \Rightarrow S(p) = \frac{k}{1+\tau p} E(p)$$

$$E(p) = E_0 \frac{1}{p} \Rightarrow S(p) = \frac{kE_0}{p(1+\tau p)}$$

$$\boxed{s(t) = kE_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}$$

A. Système de 1^er^ ordre



t	0	τ	3τ	4τ	+∞
$s(t)$	0	$0{,}63KE_0$	$0{,}95KE_0$	$0{,}98KE_0$	KE_0

- Le temps de réponse ***à 5%*** vaut ***3τ*** (*tr5%=3τ)*

*- Le signal de sortie atteint **63%** de la valeur finale en **τ unités de temps***

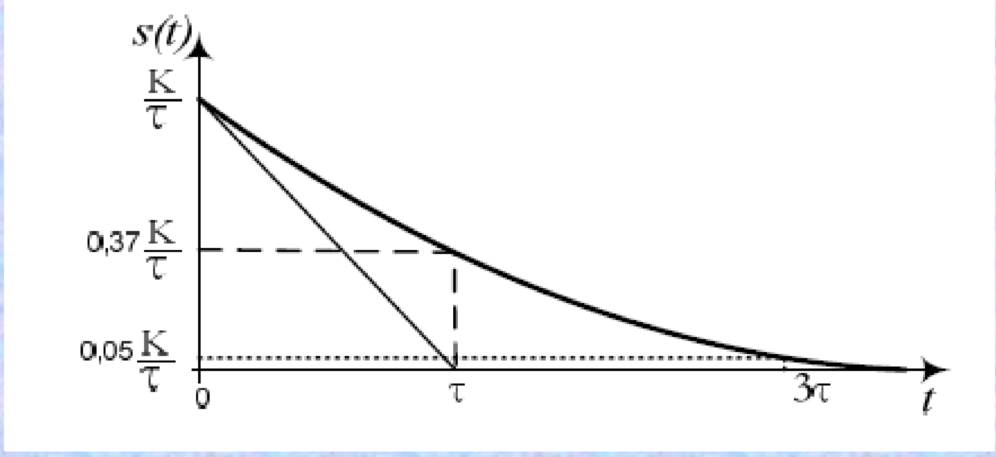
A. Système de 1er ordre

2.2 Réponse à une impulsion ***e(t) =δ (t) =1 pour t = 0***

$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{k}{1+\tau p} \Rightarrow S(p) = \frac{k}{1+\tau p} E(p)$$

$$E(p) = 1 \Rightarrow S(p) = \frac{k}{1+\tau p} = \frac{k}{\tau}\left(\frac{1}{\frac{1}{\tau}+p}\right)$$

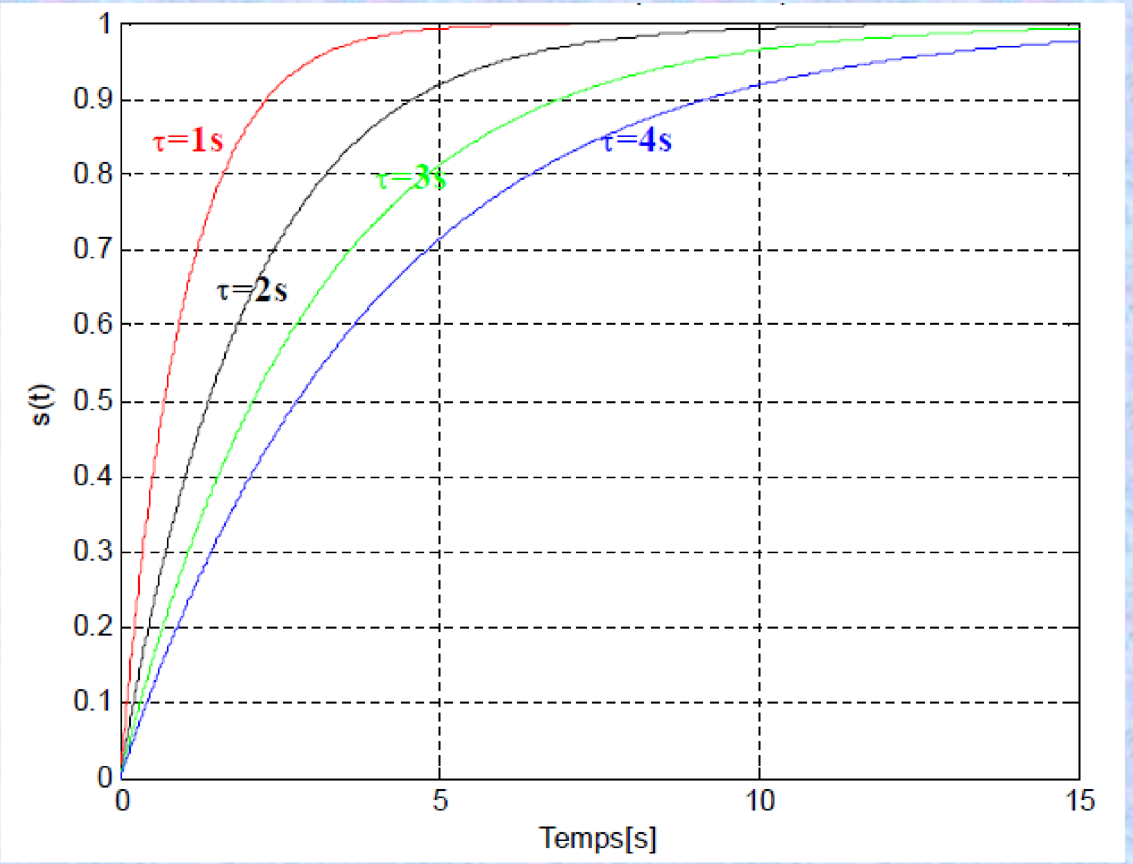
Donc: $$\boxed{s(t) = \frac{k}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}}$$



t	0	τ	3τ	$+\infty$
$s(t)$	$\frac{K}{\tau}$	$0{,}37\frac{K}{\tau}$	$0{,}05\frac{K}{\tau}$	0

A. Système de 1er ordre

Il est important de remarquer que plus ***τ est faible, plus le système est rapide.***



Influence de la constante de temps (τ) sur la réponse d'un système du premier ordre

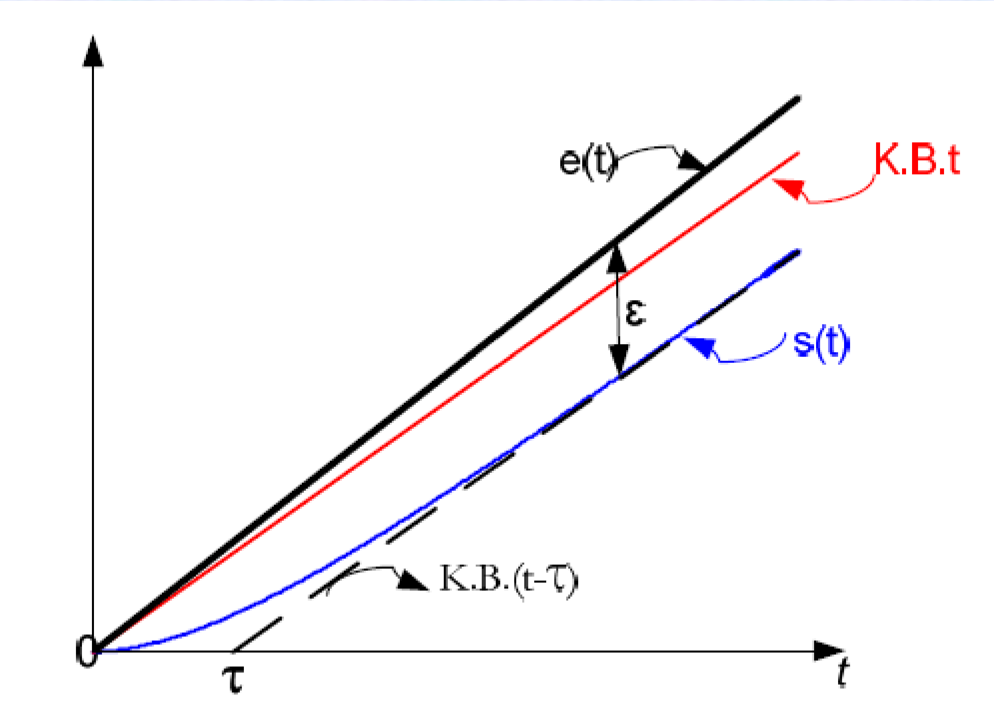
A. Système de 1er ordre

2.2 Réponse à une rampe: e(t)= B.r(t)=B.t.u(t).

$$\frac{S(p)}{E(p)}=\frac{k}{1+\tau p}\Rightarrow S(p)=\frac{k}{1+\tau p}E(p)$$

$$E(p)=\frac{B}{p^2}\Rightarrow S(p)=\frac{-\tau Bk}{p}+\frac{Bk}{p^2}+\frac{\tau Bk}{p+\frac{1}{\tau}}$$

$$\boxed{s(t)=Bk(t-\tau+\tau e^{-\frac{t}{\tau}})}$$



- *L'asymptote à la courbe est :* ***a(t)= BK(t−τ)***

- L'´ecart **Ɛ, en régime établi, entre l'entrée et la sortie vaut +∞ si K < 1,**

- L'´ecart **Ɛ, en régime établi, entre l'entrée et la sortie vaut -∞ si K > 1,**

- L'´ecart **Ɛ, en régime établi, entre l'entrée et la sortie vaut Bτ si K = 1,**

- Il est baptisé erreur de traînage lorsque **K = 1.**

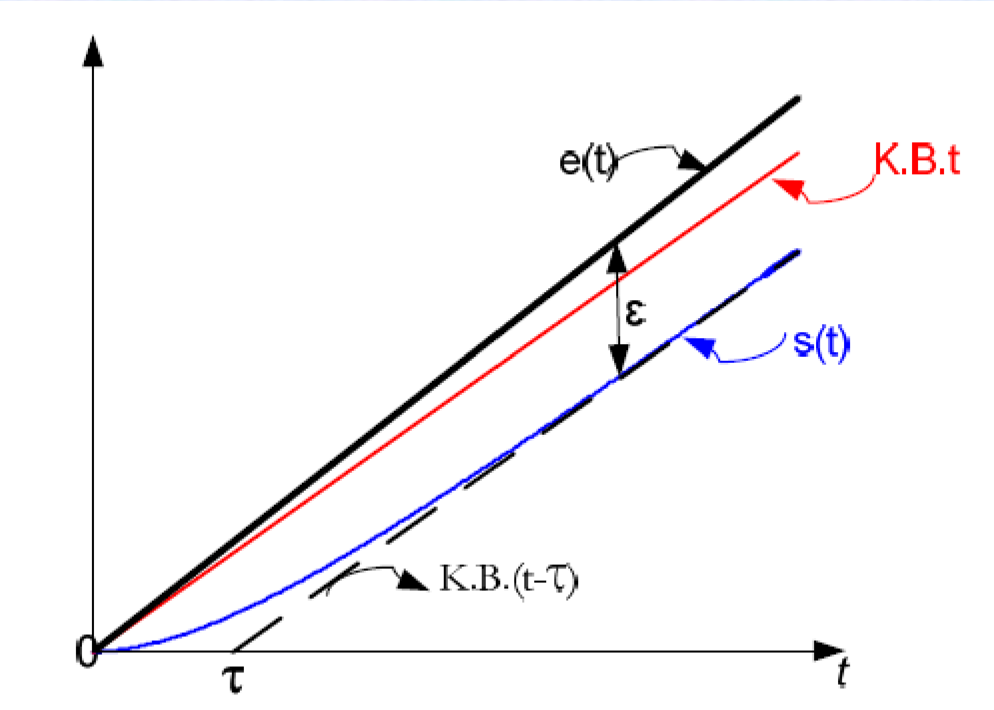
B. Système de 2ème ordre

2.2 Réponse à une rampe: e(t)= B.r(t)=B.t.u(t).

$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{k}{1+\tau p} \Rightarrow S(p) = \frac{k}{1+\tau p} E(p)$$

$$E(p) = \frac{B}{p^2} \Rightarrow S(p) = \frac{-\tau Bk}{p} + \frac{Bk}{p^2} + \frac{\tau Bk}{p+\frac{1}{\tau}}$$

$$\boxed{s(t) = Bk(t - \tau + \tau e^{-\frac{t}{\tau}})}$$



- *L'asymptote à la courbe est :* ***a(t)= BK(t−τ)***

- L'´ecart **Ɛ, en régime établi, entre l'entrée et la sortie vaut +∞ si K < 1,**

- L'´ecart **Ɛ, en régime établi, entre l'entrée et la sortie vaut -∞ si K > 1,**

- L'´ecart **Ɛ, en régime établi, entre l'entrée et la sortie vaut Bτ si K = 1,**

- Il est baptisé erreur de traînage lorsque **K = 1.**

A. Système de 1^er ordre

1. Définition

Un système est dit de 1^er ordre s'il est décrit par une équation différentielle de la forme :

$$\tau \frac{ds(t)}{dt} + s(t) = ke(t) \Rightarrow \tau p S(p) + S(p) = kE(p)$$

$$\boxed{H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{k}{1+\tau p}}$$

K: gain statique

τ: constante de temps qui caractérise le vitesse d'évolution de la sortie

2. Réponse d'un système de 1^er ordre à quelques signaux canoniques

2.1.Réponse à un échelon: e*(t)=E₀ u(t)*

$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{k}{1+\tau p} \Rightarrow S(p) = \frac{k}{1+\tau p} E(p)$$

$$E(p) = E_0 \frac{1}{p} \Rightarrow S(p) = \frac{kE_0}{p(1+\tau p)}$$

$$\boxed{s(t) = kE_0 (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}$$