Chapitre 2 : TRACTION ET COMPRESSION

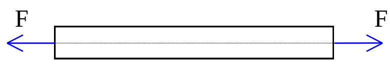
Ces deux sollicitations simples sont distinctes et un certain nombre de matériaux ont un comportement différent en extension et en compression (par exemple, la fonte grise). Cependant dans les deux cas nous arriverons aux mêmes relations de contraintes et de déformations.

Dans un grand nombre d'applications l'une de ces sollicitations sur une pièce entraîne l'autre sollicitation.

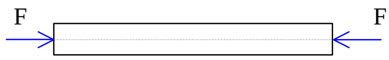
2.1. Définitions

Un solide est sollicité :

- **En traction simple** lorsqu'il est soumis à deux forces directement opposées situées sur la ligne moyenne et qui tendent à l'allonger.



- **En compression simple** lorsqu'il est soumis à deux forces directement opposées situées sur la ligne moyenne et qui tendent à le raccourcir



Traction simple ou extension simple

Dans le repère $R=(G,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ lié à la section droite (S), les éléments du torseur des efforts de cohésion s'expriment par :

Traction :

$$\{\mathcal{T}_{coh}\} = {}_G\begin{Bmatrix} \vec{R} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \quad \text{tel que dans } \mathcal{R} : \quad \{\mathcal{T}_{coh}\} = {}_G\begin{Bmatrix} N & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \quad \text{avec} \quad N > 0.$$

Compression :

$$\{\mathcal{T}_{coh}\} = {}_G\begin{Bmatrix} \vec{R} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \quad \text{tel que dans } \mathcal{R} : \quad \{\mathcal{T}_{coh}\} = {}_G\begin{Bmatrix} N & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \quad \text{avec} \quad N < 0$$

2.2 Contrainte

Dans les deux sollicitations, extension et compression, elles s'expriment de la même façon :
(dans le cas d'une répartition uniforme des contraintes)

$$\sigma = \frac{N}{S} \quad , \qquad \begin{array}{ll} \text{Extension :} & \mathbf{N>0,\ \sigma>0} \\ \text{Compression :} & \mathbf{N<0,\ \sigma<0} \end{array}$$

σ est appelé **contrainte normale**.
σ se mesure en (N/m²) ou Pascal (Pa).

- ***Exemple 2.1:***

Soit la barre schématisée par la figure ci-dessous. Calculer les contraintes au niveau des sections 1-1, 2-2 et 3-3.

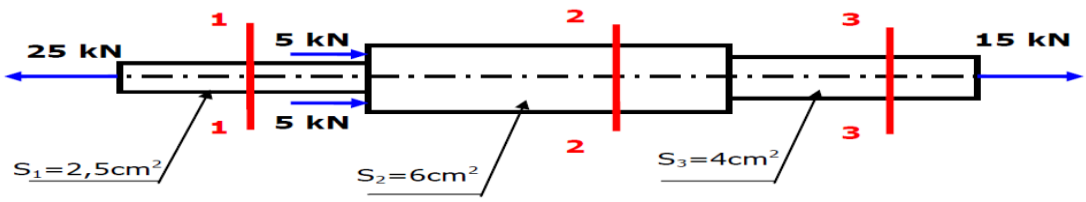


Fig 2.1 :

2.3. Diagramme de l'effort normal (DEN)

- Le digramme de l'effort normal (DEN) donne la valeur de l'effort normal dans toutes les sections perpendiculaires à la membrure à l'étude.
- L'effort normal dans une section est la résultante des charges axiales s'exerçant sur la section.

- Le DEN est obtenu par la méthode des sections en effectuant une coupe suivant l'entrée de chaque force concentrée et, au début et à la fin ainsi qu'au minimum et au maximum (s'il y a lieu) de chaque charge répartie.
- *Exemple avec des forces concentrées*

La figure ci-dessous schématise le DEN tout au long d'une barre dans le cas où les efforts axiaux sont concentrés.

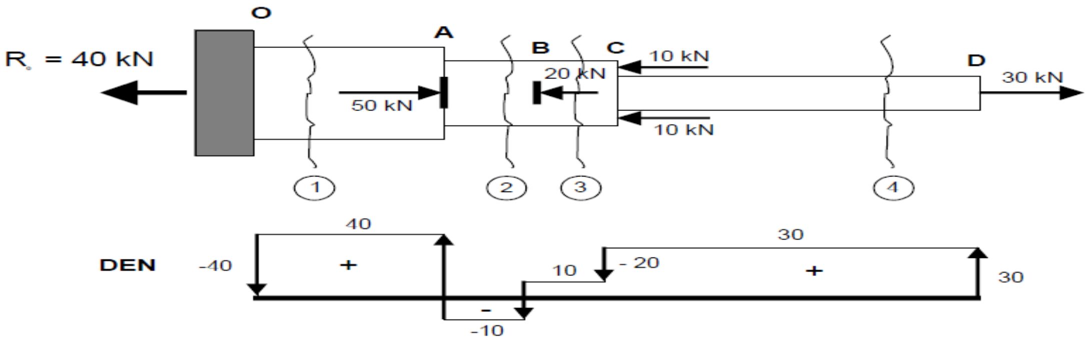


Fig 2.2 :

- *Exemple avec une charge répartie (poids de l'élément)*

La figure ci-dessous schématise le DEN tout au long d'une barre soumise à son poids propre.

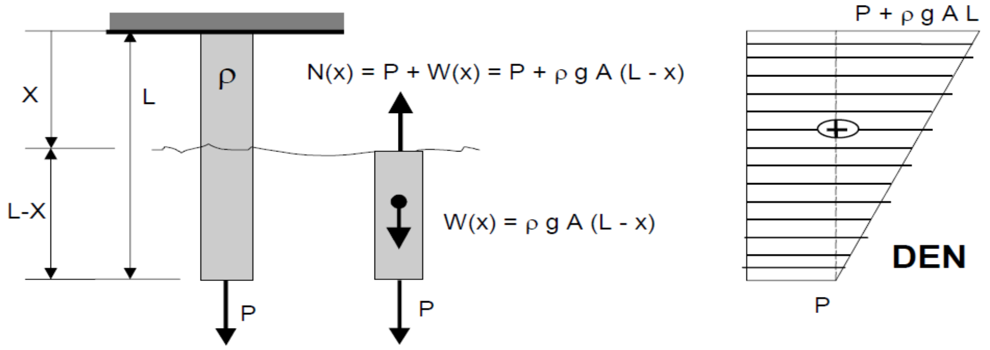


Fig 2.3 :

2.4. Essai de traction

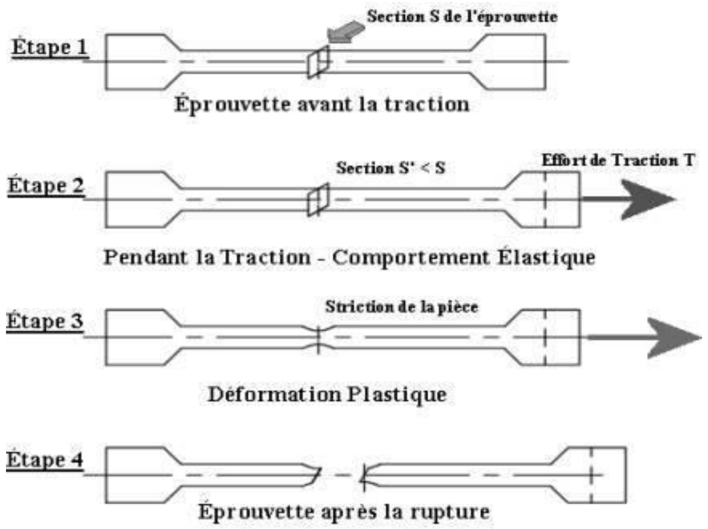
- ***But :***

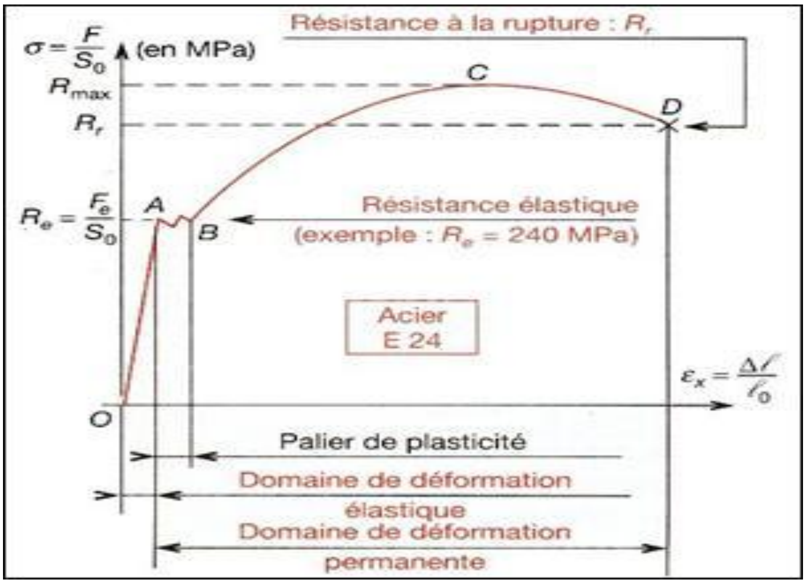
Il permet de déterminer *la contrainte à la limite élastique* et *la contrainte à la rupture* des différents matériaux.

- ***Principe :***

Cet essai consiste à soumettre une « éprouvette » de longueur l à un effort de traction $\vec{F}$, progressivement croissant, généralement jusqu'à la rupture de l'éprouvette. Le **graphe** traduit la relation entre les allongements de l'éprouvette et F/S.

Fig 2.4 :





0A : Allongements élastiques (le matériau peut revenir à son état initial)

AB : Zone inutilisable

BC : Zone des allongements permanents (utilisé dans la visserie pré contrainte).

C : Point de striction

D : Point de rupture

R_e ou (σ_e) : Résistance à la limite élastique

R_r : Résistance à la rupture

R_{pe} ou (σ_p) : Résistance pratique à l'extension

Fig 2.4 : *Courbe tracée lors de l'essai de traction (acier doux)*

Conclusion :

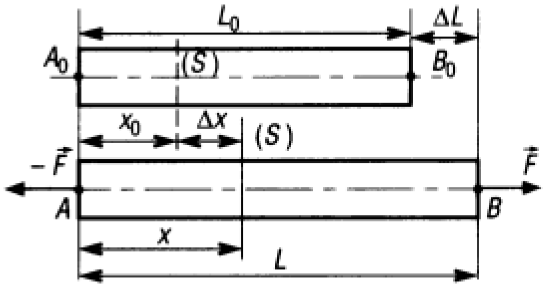
- Il permet entre autre de mettre en évidence la loi de **Hooke** dans le domaine « élastique » (réversibilité de la déformation)
- Dans la zone de déformations élastiques, la pente de la courbe obtenue est constante et est définie par :

$$tg\theta = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

Cette constante caractérise la nature du matériau et on l'appelle ***module d'élasticité longitudinale*** (ou ***module de Young***) noté ***E***

L'effort unitaire longitudinal « sigma » **σ** est proportionnel à l'allongement relatif « epsilon ».

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} \qquad (1)$$



- La loi s'écrit : $\boxed{\sigma = E\varepsilon}$ cette loi définit la relation entre contrainte ***σ*** et déformations ***ε***. On en déduit que :

$$\frac{N}{S} = E\frac{\Delta L}{L_0} \qquad (2)$$

- **Unités utilisées**

Grandeur	uSI	Unités
σ	Pa	kPa, MPa, GPa
E	Pa	MPa, GPa
ε	1	%

- **Module de Young en daN/mm² de certains matériaux**

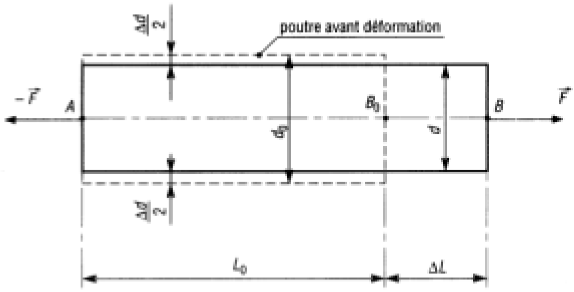
matériau	Module de Young daN/mm²
aciers	17 000 à 28 000
aciers de construction	20 000 à 22 000
fonte	10 000
verre	7 000 à 7 500
béton	2 000
bois	1 000 à 3 000
caoutchouc	0,75

Remarque : Pour la compression, la démarche est identique sauf que les efforts de cohésion et la déformation sont négatifs.

2.5. Contraction latérale – Coefficient de Poisson ν

Le coefficient de Poisson caractérise le rapport entre l'allongement relatif de la poutre ε_L et la contraction latérale ε_d

$$\boxed{\upsilon = -\frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_L} = -\frac{\text{déformation latérale}}{\text{déformation axiale}}}$$



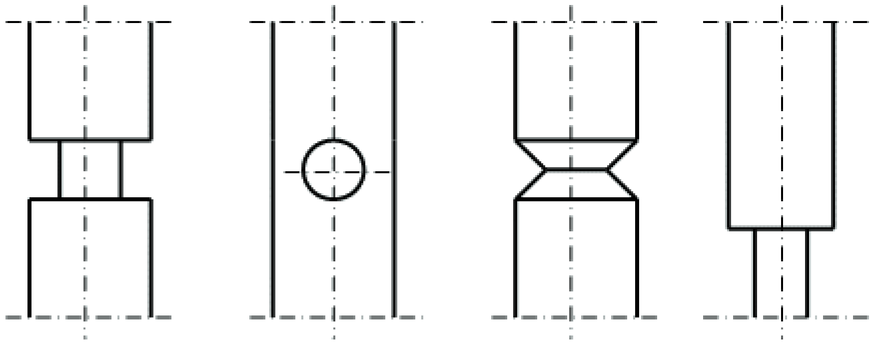
2.6. Coefficient de concentration de contraintes

Quand la poutre présente de brusques variations de section, la répartition des contraintes n'est plus uniforme et la contrainte réelle est plus grande que **σ**. Il y a concentration de contrainte au voisinage du changement de section. On prend alors :

$\sigma_{\text{réelle}} = k.\sigma$; ***k*** *= coefficient de concentration de contrainte*

- **Exemples de cas de concentration de contrainte :**

Fig 2.5 :



2.7. Condition de résistance

Pour vérifier la condition de résistance d'une pièce sollicitée en traction ou en compression, on doit s'assurer que:

$$\sigma \leq [\sigma] \qquad (3)$$

Où [σ] est la contrainte admissible pour le matériau étudié. Elle est donnée par l'expression:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_e}{n} \qquad (4)$$

Où $\boldsymbol{\sigma_e}$ est la limite élastique en traction et ***n*** un coefficient de sécurité (*n*>1).

- **Limite élastique**

Pour tous les matériaux homogènes et isotropes la limite élastique en traction $\boldsymbol{\sigma_{et}}$ est égale à la limite élastique en compression $\boldsymbol{\sigma_{ec}}$. On les désigne alors simplement $\boldsymbol{\sigma_e}$ (limite élastique). C'est le cas des aciers.

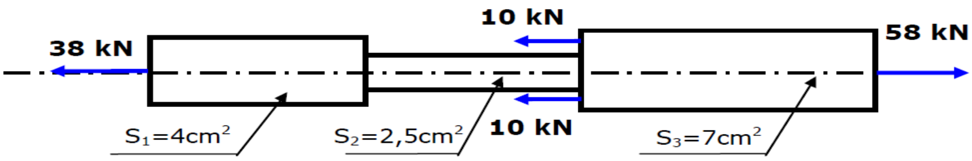
- **Coefficient de sécurité**

Ex : Le coefficient de sécurité vaut 1,5 à 2 pour un plancher, 2 à 3 pour une charpente, 10 à 12 pour ascenseurs et câbles.

- **Exemple 2.2**

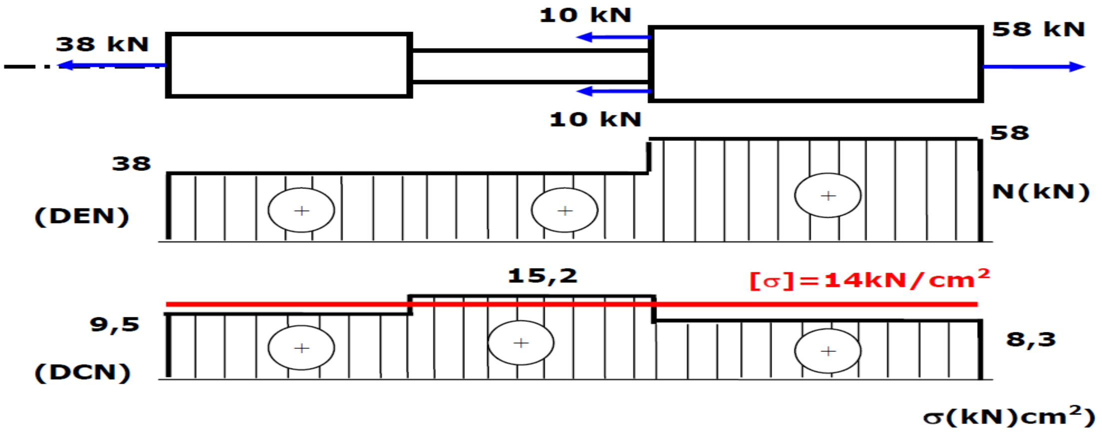
Vérifier la résistance de la barre métallique schématisée par la figure ci-dessous, sachant que [σ]=14 kN/cm².

Fig 2.6 :



Solution de l'exemple 2.2

Nous traçons le Diagramme de l''Effort Normal (DEN) et nous déduisons le Diagramme de la Contrainte Normale (DCN) puis nous reportons dessus la valeur de la contrainte admissible du matériau.
Nous remarquons que la contrainte maximale est égale à 15,2 kN/cm² et elle est supérieure à la contrainte admissible, d'où ***la barre ne résiste pas à la traction*.**



6.8. Loi de déformation élastique

On considère une barre de longueur initiale L soumise à un effort normal N. Une portion de longueur dx de la barre subit une variation de longueur du=Δ (dx) (Fig. 2.7).
On appelle **déformation longitudinale** dans la section d'abscisse x la quantité adimensionnelle:

$$\varepsilon = \frac{\Delta(dx)}{dx} \qquad (5)$$

D'où :

$$\Delta(dx) = \varepsilon dx \qquad (6)$$

D'autre part,

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{N}{ES} \qquad (7)$$

Ainsi Δ(dx) vaut

$$\Delta(dx) = \frac{N}{ES}dx \qquad (8)$$

Et la déformation totale de la barre est donc

$$\Delta L = \int_0^L \Delta(dx) = \int_0^L \frac{N}{ES}dx \qquad (9)$$

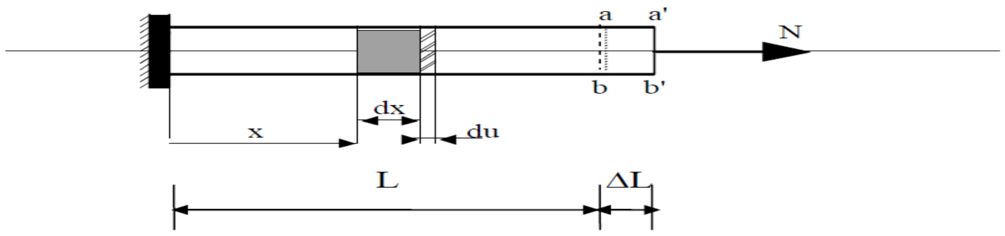


Fig. 2.7 : *Déformation linéaire*

- **Cas particulier**

Pour une barre homogène de section constante, si N est constant (Fig. 6.5), l'allongement absolu s'écrit:

$$\Delta L = \frac{NL}{ES} \qquad (10)$$

Revenons à l'équation : $\varepsilon = \frac{N}{ES}$, on a la relation

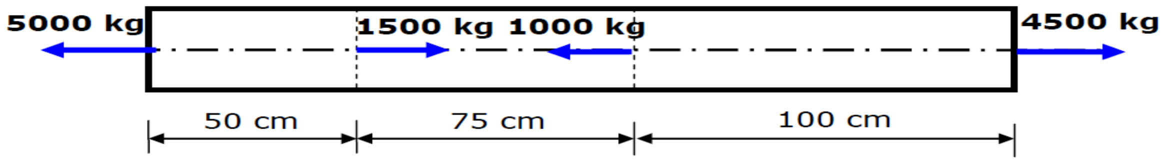
$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} \qquad (11)$$

Qui exprime la déformation (ou l'allongement) relative. ΔL est la déformation absolue.

- **Exemple 2.3**

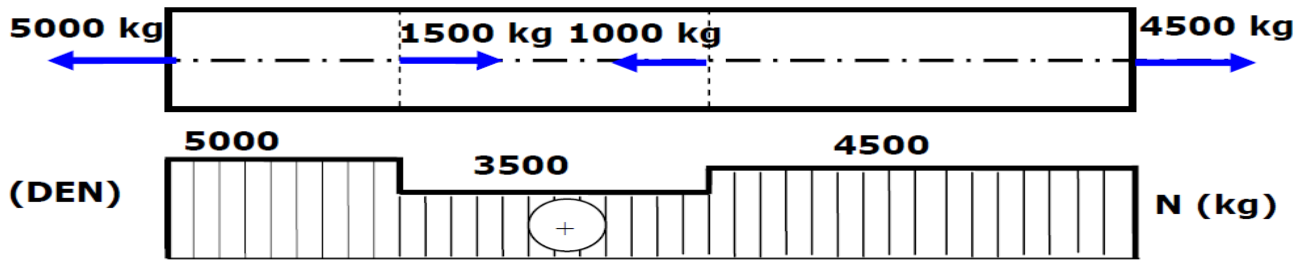
Déterminer l'allongement total de la barre métallique, sollicitée comme le montre la figure ci-dessous, sachant que le module de Young E = 2,1106 kg/cm2. La section de la barre est constante et vaut 5 cm^2.

Fig 2.8 :



Solution de l'exemple 2.3

Le DEN est montré sur la figure ci-dessous:



$$\Delta L = \int_0^L \frac{N}{ES} dx = \int_0^{L_1} \frac{N_1}{ES_1} dx + \int_{L_1}^{L_1+L_2} \frac{N_2}{ES_2} dx + \int_{L_1+L_2}^{L} \frac{N_3}{ES_3} dx$$

$$= \frac{N_1 L_1}{ES_1} + \frac{N_2 L_2}{ES_2} + \frac{N_3 L_3}{ES_3}$$

$$= \frac{1}{E} \sum_{i=1}^{3} \frac{N_i L_i}{S_i}$$

$$\Delta L = \frac{1}{2{,}1.10^6 x5} (5000x50 + 3500x75 + 4500x100)$$

Ainsi, l'allongement total de la barre est

ΔL = 0,092cm