# Exercice 1

*Soit* M(x,y,z) s'il existe, qui répond à cette question. Exprimons les coordonnées de $\{T_c\}$ en $M$ dans $R$ :

$$\vec{V}_M = \vec{V}_A + \overrightarrow{MA} \wedge \vec{\Omega}$$

Or $\vec{V}_A = v_x \vec{x}$ et $\vec{\Omega} = \omega_x \vec{x}$

Le vecteur $\overrightarrow{MA}$ et donné par : $\overrightarrow{MA} = -x\vec{x} - y\vec{y} - z\vec{z}$

Donc :

$$\{T_c\} = {}_M\begin{Bmatrix} \omega_x & v_x \\ 0 & -\omega_x z \\ 0 & \omega_x y \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

Pour que la forme particulière de $\{T_c\}$ soit conservée en M, il faut et il suffit que :

$\omega_x z = 0$ et $\omega_x y = 0$, quelque soit $\omega_x$.

Ceci entraine : $y = 0$ et $z = 0$. Le point M appartient donc à l'axe $(A, \vec{x})$.

Pour tout point $M \in (A, \vec{x})$, la forme particulière de $\{T_c\}$ est conservée.

# Exercice 2

**1.** $\{T_c\} = {}_A\begin{Bmatrix} \omega_x & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1)}$

**2.** pour un changement de base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0) \to (\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ avec $(\vec{x}_0, \vec{x}_1) = \alpha$ et $\vec{z}_1 = \vec{z}_0$ la matrice de rotation est donnee par

$$A = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$ et on ecrit $\vec{\Omega}_1 = A\vec{\Omega}_0$ ou bien $\vec{\Omega}_0 = A^{-1}\vec{\Omega}_1$

$$\text{puisque } \vec{\Omega}_1 = \begin{pmatrix} \omega_x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \text{ on trouve } \vec{\Omega}_0 = \begin{pmatrix} \omega_x \cos\alpha \\ \omega_x \sin\alpha \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{et donc } \{T_c\} = {}_A\begin{Bmatrix} \omega_x \cos\alpha & 0 \\ \omega_x \sin\alpha & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)}$$

**3**. Expression de $\{T_c\}$ en $O$ dans $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

$$\{T_c\} = {}_O\begin{Bmatrix} \vec{\Omega} \\ \vec{V}_O \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)}$$

$$\vec{V}_O = \vec{V}_A + \overrightarrow{OA} \wedge \vec{\Omega} \;\; ; \quad \text{avec } \vec{V}_A = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{OA} = a\vec{x}_0 + b\vec{y}_0 + c\vec{z}_0, \text{ on trouve:}$$

$$\vec{V}_O = -\omega_x c \sin\alpha\, \vec{x}_0 + \omega_x c \cos\alpha\, \vec{y}_0 + \omega_x \left(a \sin\alpha - b \cos\alpha\right) \vec{z}_0$$

$$\text{et enfin : } \{T_c\} = {}_A\begin{Bmatrix} \omega_x \cos\alpha & -\omega_x c \sin\alpha \\ \omega_x \sin\alpha & \omega_x c \cos\alpha \\ 0 & \omega_x \left(a \sin\alpha - b \cos\alpha\right) \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)}$$

**Exercice 3**: même démarche que l'exercice 2

## Exercice 4

$$\{T_c\} = {}_{O}\begin{Bmatrix} 1 & -6 \\ 2 & 3 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)}$$

**1**. Si $I$ est un point de l'axe central $(\Delta)$ du torseur cinématique, l'équation paramétrique de $(\Delta)$ dans $R_0$ s'écrit :

$$\overrightarrow{OI} = \frac{\vec{\Omega} \wedge \vec{V}_0}{\Omega^2} + \lambda\vec{\Omega}$$

Puisque $\{T_c\} = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega} \\ \vec{V}_0 \end{Bmatrix}$ avec $\vec{\Omega} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{Bmatrix}$ et $\vec{V}_0 = \begin{Bmatrix} -6 \\ 3 \\ 0 \end{Bmatrix}$

on trouve : $\overrightarrow{OI} = \begin{Bmatrix} \lambda \\ 2\lambda \\ 3 \end{Bmatrix}$

**2**. Dans $\mathrm{R}_0$ $\vec{V}_I$ est donné par :

$$\vec{V}_I = \vec{V}_0 + \overrightarrow{IO} \wedge \vec{\Omega} \quad \Rightarrow \quad \vec{V}_I = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

**3**. $\{T_c\} = {}_{I}\begin{Bmatrix} \vec{\Omega} \\ \vec{V}_I \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)} \quad \rightarrow \quad \{T_c\} = {}_{I}\begin{Bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)}$

$\Rightarrow$ Il s'agit d'une liaison sphérique à doigt de centre $I$