Université L'arbi Ben Mhidi OEB
Département de séances de la matière
Module : Relativité Restreinte
Année universitaire 2023/2024

Durée : 1h30

Questions

1. **Transformations de Lorentz, vitesse :**
   (a) Ecrivez les transformations des coordonnées (**ct**,**x**,**y**,**z**) d'un évènement lors d'un passage d'un référentiel $\mathbb{R}$ à un référentielle $\mathbb{R}'$ se déplaçant à la vitesse $v = ve_x$ par rapport à $\mathbb{R}$.

   (b) Déduisez-en les trois transformations de composantes de vitesse u d'un point matériel M lors d'un passage d'un référentiel $\mathbb{R}$ à un référentielle $\mathbb{R}'$. .

   (c) Précisez les cas limites intéressants ($\mathbf{v} \ll \mathbf{c}$) .

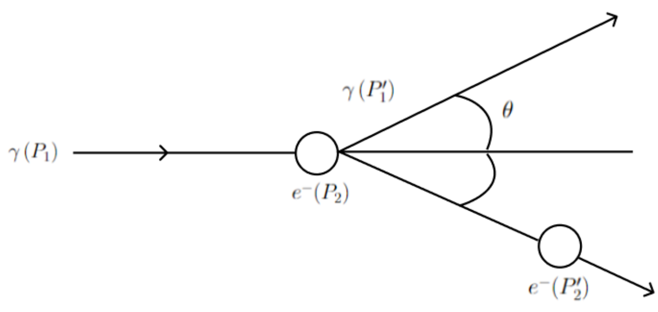
   (d) Donnez la loi de transformation de l'intervalle de temps ds. Commentez $\mathbf{ds} < 0, \mathbf{ds} > 0, \mathbf{ds} = 0$

   (e) Rappelez la définition et l'expression du quadrivecteur vitesse $\overline{\mathbf{U}}$ du point matériel M. Comment ses composantes se transforment-elles lorsqu'on passe de $\mathbb{R}$ à $\mathbb{R}'$? Que vaut la norme de $\overline{\mathbf{U}}$? Est-ce un invariant ?

   (f) Rappelez la définition et l'expression du quadrivecteur accélération $\overline{\mathbf{U}}$ du point matériel M. Calculer le produit scalaire $\mathbf{A}^{\alpha}\mathbf{U}_{\alpha}$ Commentez.

2. **Collision élastique, Effet Compton:**
   (a) On appelle effet Compton l'interaction d'un photon (de masse $m = 0$) avec un électron de masse m_e initialement immobile, qui diffuse le photon dans une autre direction faisant un angle θ avec sa direction initiale en mettant l'électron en mouvement. Nous allons relier la fréquence du photon diffusé à l'angle θ. Justifier le fait que : $\mathbf{P_1} + \mathbf{P_2} - \mathbf{P}`_\mathbf{1} = \mathbf{P}'_\mathbf{2}$

   (b) En élevant cette relation au carré, Montrer que : $\lambda - \lambda' = \frac{\mathbf{h}}{\mathbf{m_e c}}(\mathbf{1} - \mathbf{cos}\,\theta)$



3. **Formalisme tensoriel en relativité:**
   (a) Exprimez le carré d'un quadri-vecteur ω en formalisme tensoriel.

(b) Soit la transformation correspondant à une rotation autour de l'axe $\mathbf{x}^3$:

$$\begin{cases} \mathbf{(x')^1 = x^1 \cos\theta + x^2 \sin\theta} \\ \mathbf{(x')^2 = -x^1 \sin\theta + x^2 \cos\theta} \end{cases}$$

Montrez que $\mathbf{T^{ij}} = \begin{pmatrix} \mathbf{(x^2)^2} & \mathbf{-x^1x^2} \\ \mathbf{-x^1x^2} & \mathbf{(x^1)^2} \end{pmatrix}$ est un tenseur d'ordre 2.

Indication : un tenseur d'ordre 2 vérifie cette relation:

$$T^{ij} \rightarrow T'^{\,ij} = \frac{\partial(x')^i}{\partial x^k}\frac{\partial(x')^j}{\partial x^l}T^{kl}$$

Bonne Chance

$$\gamma\,(P_1)\;\; e^-(P_2)\; e^-(P_2')\;\theta$$