**L'arbi Ben M'hidi University**

**Faculty:** Exact sciences , natural and life sciences
**Department**: MI
**Academic year**: 2023/2024
**Module** Algebra 1

**Exam $\mathbf{n}^0$ 1**

**Exercice 1:**

**1)** Using the truth table, prove that
(En utilisant la table de vérité, montrer que)

$$(P \vee Q) \wedge R \Longleftrightarrow (P \wedge R) \vee (Q \wedge R)$$

**2)** Show by recurrence that
(Montrer par récurrence que)

$$\forall n \geq 1,\ \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + ... + \frac{1}{n \times (n+1)} = 1 - \frac{1}{n+1}.$$

**Exercice 2 :**

We define the relation $\boldsymbol{R}$ on $\mathbb{R}^2$ by:
(On définit une relation $\boldsymbol{R}$ sur $\mathbb{R}^2$ par):

$$\forall (x,y)\,,\ (x',y') \in \mathbb{R}^2 : (x,y)\ \boldsymbol{R}\ (x',y') \Leftrightarrow x/x',\ y/y'.$$

**1.**Prove that $\boldsymbol{R}$ is an equivalence relation.
(Montrer que $\boldsymbol{R}$ est une relation d'équivalence.)
**2.**Find the quivalence class of $(1,0)$.
( Déterminer la classe d'équivalence de $(1,0)$).

**Exercice 3 :**

Let $G = \mathbb{R}^+$, we define the internal operation $*$ by
(Soit $G = \mathbb{R}^2$, on définit la l'opération interne $*$ par)

$$(x,y)\ *\ (x',y') = \left(x + x', ye^{x'} + y'e^{-x}\right)$$

**1.** Prove that $(G,*)$ is a group.
(Montrer que $(G,*)$ est un groupe).
**2.** Is $(G,*)$ a commutative group.

($(G,*)$ est-il un groupe commutatif).

**Good luck.**
**Pr. Rezzag.S**