



Contrôle de Méthodes Numériques et Programmation

(Durée 1h30min)

**Important :** Tous les calculs doivent être faits avec 4 chiffres après la virgule.

**Exercice 1 :** (7pts)

Soit la fonction  $y(x)$  donnée par le tableau ci-dessous :

$x_i$	1.	1.4	1.8	2.2	2.6	3
$y_i = y(x_i)$	0.6	0.75	1	1.5	3	5

1- Calculer par la méthode des trapèzes  $I_1 = \int_{1.4}^{2.6} \frac{1}{x} e^{y(x)} dx$

2- Calculer par la méthode de Simpson  $I_2 = \int_{1.4}^3 y(x) dx$

**Exercice 2 :** (6pts)

Soit la fonction :  $f(x) = x^3 - 3x + 1$

- Vérifier que  $f(x) = 0$  admet une racine dans l'intervalle  $[0, 0.5]$
- Calculer le nombre d'itérations pour que l'erreur commise avec la méthode de dichotomie soit inférieure à  $10^{-2}$ .
- Trouver alors une valeur approchée de la racine de  $f(x)$  dans  $[0, 0.5]$  avec cette précision.

**Exercice 3 :** (7pts)

Soit l'équation différentielle :

$$e^{y'} - 2y \sin(1+t) = 0, \quad y(0) = 1, \quad t \in [0, 1]$$

1- Ecrire l'équation précédente sous forme d'un problème de Cauchy :

$$\begin{cases} y' = f(t, y) \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

2- Donner l'algorithme de Runge-Kutta d'ordre 2 permettant de résoudre ce problème.

3- Calculer  $y(0.5)$  en prenant  $h = 0.5$



Corrigé de l'examen : Méthodes Numériques et Programmation

**Exercice 1 :** (7pts)

1-Calcul de l'intégrale :  $I_1 = \int_{1.4}^{2.6} \frac{1}{x} e^{y(x)} dx$  par la méthode des trapèzes.

L'algorithme de la méthode :

$$T_h = \frac{h}{2} \left[ f(a) + f(b) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(a + ih) \right] \quad (1.5)$$

$$f(x) = \frac{1}{x} e^{y(x)} ; y(x) \text{ donnée par le tableau} \quad (1)$$

$$n = 3 ; a = 1.4 ; b = 2.6 \Rightarrow h = \frac{b-a}{n} = 0.4$$

A.N.  $T_h = 3.266584$  (1)

1-Calcul de l'intégrale :  $I_1 = \int_{1.4}^3 y(x) dx$  par la méthode de Simpson.

L'algorithme de la méthode :

$$S_h = \frac{h}{3} \left[ f(a) + f(b) + 4 \sum_{i=1(i \text{ impair})}^{n-1} f(a + ih) + 2 \sum_{i=2(i \text{ pair})}^{n-2} f(a + ih) \right]$$

$$f(x) = y(x) ; y(x) \text{ donnée par le tableau} \quad (1.5)$$

$$n = 4 ; a = 1.4 ; b = 3. \Rightarrow h = \frac{b-a}{n} = 0.4 \quad (1)$$

A.N.  $S_h = 3.3$  (1)

**Exercice 2 :** (6 pts)

On souhaite calculer la racine de l'équation :  $f(x) = x^3 - 3x + 1$ .

$-f(0) = 1 ; f(0.5) = -0.375 ;$  (1)

$f(0) \times f(0.5) < 0 \Rightarrow \exists r \in [0, 0.5] / f(r) = 0$  (1)

-Nombre d'itérations nécessaires :  $n_i = \text{Int} \left[ \frac{\log\left(\frac{b-a}{\epsilon}\right)}{\log(2)} \right]$  (1)

Pour notre exercice  $a = 0$ ,  $b = 0.5$ ,  $\varepsilon = 0.01$  ce qui donne  $n_i = 6$  (1)

- Calcul de la solution :

$$x_1 = \frac{a+b}{2} = 0.25 \quad (1)$$

$$x_2 = 0.375 \quad (0.5)$$

$$x_3 = 0.3125$$

$$x_4 = 0.34375$$

$$x_5 = 0.328125$$

$$x_6 = 0.320313$$

Donc la racine approximative est :  $x_6 = 0.320313$  (0.5)

**Exercice 3** : (7 pts)

Soit l'équation différentielle :

$$\begin{cases} e^{y'} - 2y \sin(1+t) = 0 \\ y(0) = 1 \end{cases} \quad \forall t \in [0,1]$$

On peut l'écrire sous la forme de Cauchy :

$$\begin{cases} y' = \ln(2y \sin(1+t)) \\ y(0) = 1 \end{cases} \quad \forall t \in [0,1] \quad (2)$$

L'algorithme de RK2 :

$$\begin{cases} y_0 \text{ donné} \\ y_{i+1}^* = y_i + h f(t_i, y_i) \\ y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2} [f(t_i, y_i) + f(t_{i+1}, y_{i+1}^*)] \end{cases} \quad (2)$$

Dans notre exercice :

$$f(t, y) = \ln(2y \sin(1+t)) ; h = 0.5 ; a = 0 ; b = 1 \Rightarrow n = 2$$

$$\begin{cases} y_0 = 1 \\ y_{i+1}^* = y_i + \ln(2h y_i \sin(1+t_i)) \\ y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2} [\ln(2h y_i \sin(1+t_i)) + \ln(2h y_{i+1}^* \sin(1+t_{i+1}))] \end{cases} \quad (2)$$

A.N. On trouve la solution suivante pour  $y(0.5)$ :

$$y(0.5) = y_1 = 1.36062 \quad (1)$$



Année Académique: 2023/2024 Domaine: Sciences de la Matière

Filière: chimie

Spécialité: chimie

Niveau: Licence 2ème Année Période: Semestre 3

Matière: UEM3(O/P) Méthodes Numériques et Programmation

Section/Groupe: section 01

Enseignant: ZIAR Aissaoui

PV des notes des examens par matière (Enseignant)

#	Matricule	Nom	Prénom	Note Examen	Note corrigée	Signature
1	202034003203	ABD EL AZIZ	MANAL			
2	212134009992	ACHI	DOUAA	8.0		
3	222234061217	ALLOUIT	RANIA	10.0		
4	222234038619	AMEJOUJ	DOUNIA ZAD	2.5		
5	222234039118	AMEZIANE	WASIM	10.0		
6	222234048601	ANNAB	WIAM	10.0		
7	222234053309	ARNEB	RAHMA			
8	222234053501	ASSOUL	AYA	13.5		
9	222234048805	BAHLOUL	DHIKRA	3.5		
10	222234049403	BENFERDI	IKRAM	9.0		
11	222234049502	BENFERDI	WISSAL	10.5		
12	202034008913	BENGHALEM	CHEYMA			
13	222234010310	BENNOUR	DJABER ABD EL	8.5		
14	212134006384	BOUABDALLAH	HADIL	10.0		
15	212134006353	BOUCHABOUB	AYA	1.0		
16	212134010310	BOUCHELAGHEM	ABDELBAKI			
17	212134009135	BOUDJEMAA	ILYES	4.0		
18	212134004918	BOUMAAZA	MERIEB	9.5		
19	222234038708	BOUSSAID	FEDOUA	6.5		
20	212234093615	BOUTAHRA	MAISSA	2.5		
21	222234027907	BOUTI	DOUNIA ZED	12.0		
22	222234053305	CHAILA	IHAB	2.0		
23	222234067714	CHEILA	TAHANI	13.5		
24	222234007919	CHEMLAL	MERIEB BATOUL	5.5		
25	222234048201	DAHDOUH	KHADIDJA	10.0		
26	222234006213	DEBA	HANIN	4.5		
27	212134006783	DJELLAL	NOUR EL HOUDA			
28	222234010316	DOUADI	ABDRRAHMANE	9.5		
29	222234049001	GUENDOUDI	AMANI	10.0		
30	222234045214	HABES	RITEG YASMINE	4.0		
31	212134001738	HACHEMI	ZINEB	12.0		
32	212134001049	HALLAS	KHADIDJA	7.0		
33	212134013975	HAMAIZIA	NOUR SALAMA			
34	202034008050	HAMBLI	SELMA	10.0		
35	181834008610	HAMLA	KHAWLA	9.0		
36	222234061803	HAMLAOUI	AYA	1.0		
37	181934011656	HARIDI	ACHRAF			
38	222234039017	IRID	SARA	4.0		
39	202034007660	KALKOUL	SOUHILA	9.0		
40	222234009114	KHELLIL	RIHAB	10.5		
41	222234065211	LAKHDARI	OUMAIMA	11.0		
42	222234049201	LOUAAR	AYA	10.0		
43	222234049202	LOUAAR	KHADIDJA	7.0		
44	222234052514	MAROUF	ABD RAHIM	7.5		
45	212134009574	MEZIANI	NESRINE	10.5		
46	222234046506	MIHOUBI	DALLAL	8.0		
47	192134014021	MOHAMEDI	HADIL			
48	222234016910	MOKHBI	KHOULOUD	10.0		
49	222234038402	MOKRANE	AYOUB	11.5		
50	222234056201	OUGLAL	ASMA	12.0		
51	222234067911	OUNSA	SARA	3.5		
52	212134008893	SAHEB	HADIL			
53	202034006435	SAHEB	OUSSAMA			
54	222234005912	SAHRAOUI	OUMEIMA	14.0		
55	222234037903	SAOUDI	WISSAL	2.0		
56	212136038745	SELMA	SALAH EDDINE	18.0		
57	202034007208	SOUALMIA	IBTIHEL			
58	222234049409	ZAHAF	ROKIA	3.5		
59	222234005810	ZEMAR	INES	8.0		
60	222234016310	ZERARA	ISMAHAN	5.0		