

Corrigé Contrôle de physique du solide I
3^{ème} physique matériaux

Ex 1: 6 pts On a la relation du $d_{hkl} = \frac{2\pi}{|\vec{G}(hkl)|}$ (0.5)

et: $\vec{G}(hkl) = h\vec{a} + k\vec{b} + l\vec{c}$ (0.5)

les vecteurs: $\vec{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}a\vec{i} + \frac{a}{2}\vec{j}$, $\vec{b} = -\frac{\sqrt{3}}{2}a\vec{i} + \frac{a}{2}\vec{j}$, $\vec{c} = c\vec{k}$

$\vec{a} \cdot (\vec{b} \wedge \vec{c}) = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2c$ (0.5) / $\vec{b} \wedge \vec{c} = \frac{ac}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}ac\vec{j}$ (0.5)

d'où: $\vec{a} = 2\pi \cdot \frac{\frac{ac}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}ac\vec{j}}{\frac{\sqrt{3}}{2}a^2c} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}a}\vec{i} + \frac{2\pi}{a}\vec{j}$ (0.5)

de même: $\vec{b} = -\frac{2\pi}{\sqrt{3}a}\vec{i} + \frac{2\pi}{a}\vec{j}$ et $\vec{c} = \frac{2\pi}{c}\vec{k}$ (0.5)

Ainsi: $\vec{G}(hkl) = h\left(\frac{2\pi}{\sqrt{3}a}\vec{i} + \frac{2\pi}{a}\vec{j}\right) + k\left(-\frac{2\pi}{\sqrt{3}a}\vec{i} + \frac{2\pi}{a}\vec{j}\right) + l\frac{2\pi}{c}\vec{k}$ (0.5)
 $= \frac{2\pi}{\sqrt{3}a}(h-k)\vec{i} + \frac{2\pi}{a}(h+k)\vec{j} + \frac{2\pi}{c}l\vec{k}$ (0.5)

d'où: $\|\vec{G}(hkl)\| = 2\pi \left(\frac{h^2+k^2-2hk}{3a^2} + \frac{h^2+k^2+2hk}{a^2} + \frac{l^2}{c^2} \right)^{\frac{1}{2}}$
 $= 2\pi \left(\frac{4h^2+4k^2+4hk}{3a^2} + \frac{l^2}{c^2} \right)^{\frac{1}{2}}$ (1)

$= 2\pi \sqrt{\frac{4}{3a^2}(h^2+k^2+hk) + \frac{l^2}{c^2}}$

donc: $d_{hkl} = \frac{2\pi}{\|\vec{G}(hkl)\|} = \frac{1}{\sqrt{\frac{4}{3a^2}(h^2+k^2+hk) + \frac{l^2}{c^2}}}$ (1)