2éme année Master maths 15/01/2024

Contrôle en Processus aléatoires et Fiabilité

Exercice 1. *On considère une chaîne de Markov* $(X_n)_{n\geq 0}$ *d'espace d'états* $E = \{1,2,3,4,5\}$ *de matrice de transition* P *donnée par*

$$P = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1- Dessigner le graphe de cette chaine 2- Déterminer les classes d'équivalences

3- La chaine est-elle irréductible 4- déterminer les périodes de chaque états

5) Calculer les probabilités $P_{1,4}^{(5)}$, $P_{3,4}^{(2)}$, $P(X_2 = 3\,|X_0 = 1)$, $P(X_4 = 4\,|X_0 = 2)$, $P(X_4 = 4\,|X_0 = 1)$

6) Donner la loi de X_n *dans le cas ou* X_{n-1} *prend que les deux valeurs* 1 *et* 2 *avec même probabilité*

7) Déterminer les lois de probabilité invariantes de la chaine.

Exercice 2. *I) Donner de façon exacte :*

** Définition d'une loi* ***NBU , IFR*** *et* ***DFR****. * Une chaine de markov irreductible.*

II) Soient les deux systèmes d'ordre 4 *le premier possède deux coupes minimales seulement* $C_1 = \{1\}$, $C_2 = \{2,3,4\}$ *:et le deuxième possède les trois coupes minimales suivantes* $C'_1 = \{1,2\}$, $C'_2 = \{1,3\}$, $C'_3 = \{1,4\}$ *Donner pour chaque système*

- La formule de la fonction de structure. - Les liens minimaux. -Tous les vecteurs de marches.

- La formule de la fiabilité dans les cas suivants

- Si les composants sont indépendants et la fiabilité du composant i *est* p_i $i = 1,2,3,4$