

Exercice 2. I) Donner de façon exacte :

* Définition d'une loi **NBU** : Voir cours.....(0.25 points)

* Définition d'une loi **IFR** : Voir cours.....(0.25 points)

* Définition d'une loi **DFR**. : Voir cours.....(0.25 points)

* Définition d'une chaîne de Markov irréductible. : Voir cours.....(0.25 points)

II) Soient les deux systèmes d'ordre 4 le premier possède deux coupes minimales seulement $C_1 = \{1\}$, $C_2 = \{2, 3, 4\}$: et le deuxième possède les trois coupes minimales suivantes $C'_1 = \{1, 2\}$, $C'_2 = \{1, 3\}$, $C'_3 = \{1, 4\}$

* Système I : $C_1 = \{1\}$, $C_2 = \{2, 3, 4\}$ alors le système a le schéma suivant (Voir Figure Système I)

* Système II : $C'_1 = \{1, 2\}$, $C'_2 = \{1, 3\}$, $C'_3 = \{1, 4\}$ alors le système a le schéma suivant (Voir Figure Système II)

- **La formule de la fonction de structure.** on utilise la formule de la fonction de structure via les coupes minimales $\Phi(x) = \min_{1 \leq i \leq d} \max_{j \in C_i} x_j$ on obtient

* Système I : $\Phi_I(x_1, x_2, x_3, x_4) = \min(x_1, \max(x_2, x_3, x_4)) = x_1 \cdot \prod_{i=2}^4 x_i = x_1 \cdot (1 - (1 - x_2)(1 - x_3)(1 - x_4)) \dots (0.5 \text{ points})$

* Système II : $\Phi_{II}(x_1, x_2, x_3, x_4) = \min(\max(x_1, x_2), \max(x_1, x_3), \max(x_1, x_4)) = (x_1 \cdot \prod x_2)(x_1 \cdot \prod x_3)(x_1 \cdot \prod x_4) = (1 - (1 - x_1)(1 - x_2))(1 - (1 - x_1)(1 - x_3))(1 - (1 - x_1)(1 - x_4)) \dots (0.5 \text{ points})$

- **Les liens minimaux.** D'après les schémas des deux systèmes on obtient

* Système I : les liens minimaux de ce système sont 3 $L_1 = \{1, 2\}$, $L_2 = \{1, 3\}$, $L_3 = \{1, 4\} \dots (0.5 \text{ points})$

* Système II : les liens minimaux de ce système sont 2 $L'_1 = \{1\}$, $L'_2 = \{2, 3, 4\} \dots (0.5 \text{ points})$

- **Tous les vecteurs de marches.** D'après les schémas des deux systèmes et les liens minimaux de chaque système on obtient

* Système I : les vecteurs de marche de ce système sont 7 :.....(0.75 points)

$M = \{(1, 1, 1, 1), (1, 1, 1, 0), (1, 1, 0, 1), (1, 0, 1, 1), (1, 1, 0, 0), (1, 0, 1, 0), (1, 0, 0, 1)\}$

* Système II : les vecteurs de marche de ce système sont 9 :.....(0.75 points)