7) Déterminer les lois de probabilité invariantes de la chaine.

La loi de probabilité invariante est la solution du système d'équations donné par $\pi = \pi P$ *avec* $\pi = (\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_5)$ *et* $\sum_{i=1}^{5} \pi_i = 1$ *alors on a*

$$(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_5) = (\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_5) \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

et obtient :

$$\begin{cases} \pi_1 = 0 \\ \pi_2 = \frac{1}{4}\pi_1 \\ \pi_3 = \frac{1}{4}\pi_1 + \frac{1}{2}\pi_2 \\ \pi_4 = \frac{1}{4}\pi_1 + \frac{1}{2}\pi_2 + \frac{3}{4}\pi_3 + \frac{1}{4}\pi_4 \\ \pi_5 = \frac{1}{4}\pi_1 + \frac{1}{4}\pi_3 + \frac{3}{4}\pi_4 + \pi_5 \end{cases}$$

Alors on a $\pi_1 = \pi_2 = \pi_3 = \pi_4 = 0$ *et* $\pi_5 = \pi_5 > 0$ *et comme* $\sum_{i=1}^{5} \pi_i = 1$ *alors* $\pi_5 = 1$

Donc la loi invariante $\pi = (0, 0, 0, 0, 1)$***.....(1 points)***