Corrigé Type logique mathématique

Question de cours (05 point)

1)

Limite 1 (0.5 point)

La logique des propositions traite les propositions comme un tout. Elle ne peut pas parler d'objets, de propriétés d'objets et de mettre en relation des objets.

Exemple : Ahmed habite à Mila

Limite 2 : (0.5 point)

Exemple : Soit la proposition « x est premier ». La valeur de vérité de cette proposition dépend de la valeur de x (qui est l'objet de la proposition).En logique propositionnelle, ce n'est pas possible de formuler une telle proposition, car la valeur de vérité d'une proposition est bien claire, elle est soit vraie, soit fausse. Cependant, en logique de prédicats, il est possible de formuler les propositions dont la valeur de vérité dépend de l'objet.

2) (1 point)

Une formule vérifiable peut être une formule tautologie si toutes les interprétations de la formule vérifiable sont vraies.

3) (1 point)

- La méthode par résolution (0.5 point)
- La méthode par la table de vérité (0.5 point)

4) (1 point)

La méthode par résolution est plus pratique que la méthode par la table de vérité dans le cas de nombre de variables propositionnelle est plus nombreuse.

5) (1 point)

$A \land \neg A$ est une antilogie

<u>Solution Exercice 1</u> (05 point)

P : l'enfant sait rire , **q** : l'enfant sait pleurer **r** : l'enfant sait lire

Chaque traduction sur (0.5 point)

1 : $p \wedge q$: l'enfant sait rire et pleurer
2 : $p \wedge (\neg q)$: l'enfant sait rire mais il ne sait pas pleurer
3 : $(q \rightarrow p)$: Si l'enfant sait pleurer alors il sait rire
4 : $(\neg p) \vee (\neg q)$: l'enfant ne sait pas rire ou il ne sait pas pleurer.
5 : $(\neg p) \wedge (\neg q)$: l'enfant ne sait pas rire et il ne sait pas pleurer.
6 : $p \Rightarrow (\neg q \vee \neg r)$: Si l'enfant sait rire alors au moins l'un des deux autres actions ne remplis pas.
7 : $p \Leftrightarrow r$: Que l'enfant sait pleurer est une condition nécessaire et suffisante pour que l'enfant sait rire
8 : $(\neg p \vee \neg q \vee \neg r)$: Au moins une des trois actions n'est pas remplie (rire, pleurer , lire).
9 : $(p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r)$: Un seul parmi les trois actions (rire ,pleurer, lire) est remplis.
10. $\neg(\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r)$: ce n'est pas vrai que l'enfant ne sait pas rire et ne sait pas pleurer et ne sait pas lire

<u>Solution Exercice 2</u> (05 point)

1. p|q (1point)

p	q	p∧q	¬ (p∧q)= p|q
V	V	V	F
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	V

2. $(p|q) \mid (p|q) = \neg(p \wedge q) \mid \neg(p \wedge q) = \neg((\neg(p \wedge q)) \wedge \neg(p \wedge q)) = (p \wedge q) \vee (p \wedge q) = (p \wedge q)$ (1 point)

p	q	p∧q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

3.

Le connecteur $\neg$: $\neg p \equiv \neg(p \wedge p) \equiv (p|p)$ (1 point)

Le connecteur $\vee$: $p \vee q \equiv \neg(\neg p \wedge \neg q) \equiv (\neg p|\neg q) \equiv (p|p)|(q|q)$. (1 point)

Le connecteur $\longrightarrow$: $p \longrightarrow q \equiv \neg p \vee q \equiv \neg(p \wedge \neg q) \equiv p|\neg q \equiv p|(q|q)$. (1 point)

Solution Exercice 3 (05 point)

Cet exercice et de type conception et énigme. Cela dépend davantage de l'intelligence de l'étudiant et de sa capacité à réutiliser et à investir les connaissances acquises. Il est donc préférable de vous laisser la liberté d'évaluer la solution de chaque étudiant et la note qu'il mérite. (Sans donner barème détaillé)

Chaque maison est représentée ici par un quadruplet (N, C, P, S) où N représente le numéro dans la rue (N ∈ {1, 2, 3}), C la couleur (C ∈ {blanc, rouge, vert}), P le pays d'origine (P ∈ {marocain, algérien, tunisien}) et S le sport pratiqué (S ∈ {football, natation, tennis}). Ainsi, les 5 indices peuvent s'écrire :

1. Dans la maison verte on pratique la natation : (n1, vert, p1, natation)
2. La maison verte est située avant la maison de l'algérien : (n2, c2, algérien, s2) avec n1 < n2
3. Le marocain habite la maison rouge : (n3, rouge, marocain, s3)
4. La maison rouge est située avant la maison où on pratique le football : (n4, c4, p4, football) avec n3 < n4
5. Le tennisman habite au début de la rue : (1, c5, p5, tennis)

Des indices 1 et 5, on déduit : n1 ≠ 1. De l'indice 2, on déduit alors n1 = 2 et n2 = 3 ; d'où :

(1, c5, p5, tennis), (2, vert, p1, natation), (3, c2, algérien, s2)

De l'indice 4, on peut maintenant affirmer que n4 = 3 et donc que s2 = s4 = football ; d'où : (1, c5, p5, tennis), (2, vert, p1, natation), (3, c2, algérien, football)

De l'indice 3, on déduit que la seule possibilité qui reste pour le marocain est la maison 1 :

(1, rouge, marocain, tennis), (2, vert, p1, natation), (3, c2, algérien, football)

Enfin de l'indice 2, p1 ≠ algérien or p1 ≠ marocain, on en déduit la solution :

(1, rouge, marocain, tennis), (2, vert, tunisien, natation), (3, blanc, algérien, football)