Pts	الجواب (من مطبوعة الدروس)	N°
1	مبدأ استبعاد باولي $\Psi(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_j, \dots, x_N) = \theta\,\Psi(x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_i, \dots, x_N) : \theta = \pm 1$ $\theta^2 = 1 \;\Rightarrow\; \lvert\Psi(x)\rvert^2 = \theta^2\lvert\Psi(x')\rvert^2 = \lvert\Psi(x')\rvert^2$ لا تتغير كثافة احتمال وجود النظام عندما تتبادل الجسيمات، لا يمكن تمييز الجسيمات المتطابقة.	1
1	$\Psi(\dots, m_i, \dots, m_i, \dots) = -\Psi(\dots, m_i, \dots, m_i, \dots) = 0 \;:\; \theta = -1$	2
1	$W_{MB}\{n_m\} = N! \prod_{m=1}^{\infty} \frac{g_m^{n_m}}{n_m!}\;,\; \text{avec} \quad \sum_{m=1}^{\infty} n_m = N$	3a
1	$W_{BE}\{n_m\} = \boxed{\prod_{m=1}^{\infty} \frac{(n_m + g_m - 1)!}{n_m!\,(g_m - 1)!}\;, \quad \text{avec} \quad \sum_{m=1}^{\infty} n_m = N}$	3b
1	$W_{FD}\{n_m\} = \boxed{\prod_{m=1}^{\infty} \frac{g_m!}{n_m!\,(g_m - n_m)!}\;, \quad \text{avec} \quad \sum_{m=1}^{\infty} n_m = N}$	3c
1	$P_m = \begin{cases} \frac{1}{\Omega} & si \;\; E \le E_m \le E + \Delta E \\ 0 & ailleurs \end{cases}$	4a
1	$P_m = \frac{g_m e^{-\beta E_m}}{Z}$	4b
1	$P_{mN} = \frac{g_m e^{-\beta E_{mN} + \beta\mu N}}{\Xi}$	4c
1 0,5 0,5	$\Omega(N,V,E;\Delta E) = \sum_{\text{Etats tq } 0 \le E_m \le E} 1 = \frac{1}{N!\,h^{sN}} \int_{EP \text{ tq } 0 \le H(q,p) \le E} d^{sN}q\,d^{sN}p$ $S(N, V, E) = k_B \ln \Omega(N, V, E)$ $\frac{1}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial E}\right)_{N,V}$ حيث S هي إنتروبيا النظام.	5a
1 0,5 0,5	$Z(N, V, \beta) = \boxed{\sum_m e^{-\beta E_m} \to \frac{1}{N!\,h^{sN}} \int_{EP} d^{sN}q\,d^{sN}p\,e^{-\beta H(q,p)}}$ $F(N, V, T) = -k_B T \ln Z(N, V, T)$ $\langle E \rangle \equiv U = \sum_m P_m E_m = \frac{\sum_m g_m E_m e^{-\beta E_m}}{\sum_m g_m e^{-\beta E_m}} = -\left[\frac{\partial(\ln Z)}{\partial \beta}\right]_{N,V}$	5b
1 0,5 0,5 1	$\Xi = \sum_{N=0}^{\infty} \sum_m e^{-\beta E_{mN} + \beta\mu N} = \sum_{N=0}^{\infty} \frac{e^{\beta\mu N}}{N!\,h^{sN}} \int_{EP} d^{sN}q\,d^{sN}p\,e^{-\beta H_N(q,p)}$ $J(T, V, \mu) \equiv VP(T, \mu) = +k_B T \ln \Xi(T, V, \mu)$ $\langle E \rangle \equiv U = \sum_{N=0}^{\infty} \sum_m P_{mN} E_{mN} = -\frac{\partial \ln \Xi}{\partial \beta}\bigg\rvert_{V,\,\beta\mu}$ $\langle N \rangle = \sum_{N=0}^{\infty} \sum_m P_{mN} N = \frac{\partial \ln \Xi}{\partial(\beta\mu)}\bigg\rvert_{V,\,\beta}$	5c

6a	$H(q,p)=\sum_{j=1}^{N} h(q_j,p_j); \quad (q,p)\equiv(q_1,\dots,q_j,\dots,q_N,p_1,\dots,p_j,\dots,p_N).$ $Z(T,V,N)=\frac{1}{N!}\int_{\mathcal{EP}} e^{-\beta H(q,p)}\frac{d^{3N}q\,d^{3N}p}{h^{3N}}=\frac{1}{N!}\int_{\mathcal{EP}} e^{-\beta\sum_{j=1}^{N} h(q_j,p_j)}\prod_{j=1}^{N}\frac{d^3q_j\,d^3p_j}{h^3}$ $=\frac{1}{N!}\prod_{j=1}^{N}\left\{\int_{\mathcal{EP}} e^{-\beta h(q_j,p_j)}\frac{d^3q_j\,d^3p_j}{h^3}\right\}=\frac{1}{N!}Z_1^N(T,V)=Z_N(T,V)$	1
6b	$E_m=\sum_{j=1}^{N}\varepsilon_{mj}=\sum_{m_j} n_{m_j}\varepsilon_{m_j}=\sum_r n_r\varepsilon_r$ $Z(\beta,V,N)=\sum_m e^{-\beta E_m}=\sum_{m_1}\dots\sum_{m_N}\frac{\prod_r n_{m_r}!}{N!}e^{-\beta\sum_{j=1}^{N}\varepsilon_{m_j}}$ $P_m=\frac{e^{-\beta E_m}}{Z}$ في درجات الحرارة المرتفعة، $T\to\infty\ (\beta\to 0)\ e^{-\beta E_m}\to 1\ \forall E_m$. الـ N جزيئ تتوزع على المستويات المختلفة. وبالتالي فإن **أعداد الاحتلال n_r يهيمن عليها 0 أو 1** $(\Rightarrow n_r!=1\ \forall r)$. **التأثيرات الكمومية لا تظهر**. و منه: $Z_N=\frac{1}{N!}\sum_{m_1}\dots\sum_{m_N}e^{-\beta\sum_{j=1}^{N}\varepsilon_{m_j}}=\frac{1}{N!}\sum_{m_1}e^{-\beta\varepsilon_{m_1}}\dots\sum_{m_N}e^{-\beta\varepsilon_{m_N}}$ $=\frac{1}{N!}\prod_{j=1}^{N}\left\{\sum_{m_j}e^{-\beta\varepsilon_{m_j}}\right\}$ وبما أنه يفترض أن الجسيمات متطابقة، فإن $\varepsilon_j=\varepsilon\ \forall j$؛ وبالتالي: $Z_N(T,V)=\frac{1}{N!}Z_1^N(T,V)$, avec $Z_1(\beta,V)=\sum_{\varepsilon}g_{\varepsilon}e^{-\beta\varepsilon}$ ***بنشر دالة التقسيم، تتحول الدراسة إلى دراسة جسيم 1!***	2
6c	باعتبار وجود نظام مثالي (جسيمات مستقلة)، افترضنا أن التفاعلات بين الجسيمات مهملة. $\Lambda(T)=\frac{h}{\sqrt{2\pi mk_BT}}$ هو الطول الموجي الحراري المتوسط. **يكون** تقريب بولتزمان صحيحا عندما تكون المسافة المتوسطة بين الجسيمات: $L=(V/N)^{\frac{1}{3}}\equiv n^{-1/3}$ أكبر بكثير من الطول الموجي الحراري المتوسط: $\Lambda(T)$؛ ومن هنا جاء معيار صحة هذا التقريب: $\Longleftarrow\ \boxed{n\Lambda^3=\frac{n\cdot h^3}{(2\pi mk_BT)^{3/2}}\ll 1}$ ☞ بالنسبة لكثافة *جسيمات* معينة n، فهي "تقريب درجات الحرارة المرتفعة". ☞ بالنسبة لدرجة حرارة معينة T ، فهي "تقريب الكثافات المنخفضة" (ومن هنا جاء اسم "غاز مثالي"). ☞ التقريب هو أكثر صحة عندما تكون كتلة الجسيمات أكبر.	2