Université Larbi Ben M'hidi-Oum El Bouaghi **Date : 14/05/2023**

Département MI **$1^{\text{ière}}$ année licence, S2** **L'heure :01h30**

Corrigé type de 1 Contrôle (IPSD)

Exercice 01 (10 points) statistique descriptive :

Partié 1. 1. La population étudiée : L'ensemble d'étudiants, **(0.25 pt)**

L'effectif total : $N = 20$, **(0.25 pt)**

Le caractère étudié X : le temps de révision, **(0.25 pt)**

Le type de X : caractère quantitatif continu. **(0.25 pt)**

2. L'étendue : $E = x_{max} - x_{min} = 23 - 4 = 19$. **(0.5 pt)**

3. Le nombre de classes en utilisant la règle de Sturge :

$$N_{classes} = 1 + 3.3 \times \log N = 5.29 \simeq 5 \text{ , } (\mathbf{0.25pt})$$

L'implitude : $a = \dfrac{E}{N_{classes}} = \dfrac{19}{5} = 3.8 \simeq 4$ **(0.25 pt)**, donc on trouve le tableau suivant : **(0.25 pt × 5)**

Classes	[4, 8[	[8, 12[	[12, 16[	[16, 20[	[20, 24[
Effectif n_i	2	4	8	5	1

Partié 2. Soit le tableau statistique suivant :

Temps de révision (h)	[4, 8[	[8, 12[	[12, 16[	[16, 20[	[20, 24[	Total
Fréquence f_i	0.1	0.2	0.4	0.25	0.05	1
$F_{e_i} \uparrow$	0.1	0.3	0.7	0.95	1	////
c_i	6	10	14	18	22	////
$f_i \times c_i$	0.6	2	5.6	4.5	1.1	13.8
$f_i \times c_i^2$	3.6	20	78.4	81	24.2	207.2

Ligne 3 : $F_{e_i} \uparrow = \sum_{x_i < e_i} f_i$. **(0.25 pt)**

Ligne 4 : $c_i = \dfrac{e_{i-1} + e_i}{2}$ où $i = 1, ..., 5$.

1. La série statistique : $\{([e_{i-1}, e_i[, f_i), i = 1, ..., 5\}$. **(0.25 pt)**

   Les modalités de caractère X : [4, 24[. **(0.25 pt)**

2. L'histogramme de la série : On remarque que les amplitudes $a_i = e_i - e_{i-1}$ sont égales donc on trace directement la série statistique.**(01 pt)**

3. La courbe cumulée des fréquences cumulées $F_x \uparrow$: **(0.75 pt)**

   On déduit la médiane : $(Me, 0.5)$ donc $Me = 14$. **(0.25 pt)**

   le premier quartile : $(q_1, 0.25)$ donc $q_1 = 11$, **(0.25 pt)**

   et le troisième quartile : $(q_3, 0.75)$, alors $q_3 = 16.8$. **(0.25 pt)**

4. • La classe modale : d'après la ligne de f_i on remarque que la plus grande fréquence est $f_3 = 0.4$ **(0.25 pt)** donc la classe modale est $[12,\ 16[$ **(0.25 pt)**.
   • La moyenne : **(0.5 pt)**
$$\overline{x} = \sum_{i=1}^{k=5} f_i \times c_i = 13.8$$
   On ajoute une ligne pour calculer $f_i \times c_i$ (ligne 5). **(0.25 pt)**
   • La variance : **(0.5 pt)**
$$Var(X) = \left[\sum_{i=1}^{5} f_i \times c_i^2\right] - \overline{x}^2 = 207.2 - (13.8)^2 = 16.76$$
   On ajoute une ligne pour calculer $f_i \times x_i^2$ (ligne 6). **(0.25 pt)**
   • L'écart-type : $\sigma_x = \sqrt{var(X)} = 4.09$ **(0.25 pt)**
   • Le coefficient de variation : $CV = \dfrac{\sigma_X}{\overline{x}} = 0.3$. **(0.25 pt)**
5. On calcule R : on a $P_{[Me,\ R[} = 30\% = (F_R \uparrow - F_{Me} \uparrow) \times 100$
   $\Rightarrow \quad F_{[Me,\ R[} = 0.3 = F_R \uparrow - F_{Me} \uparrow \ \Rightarrow \quad F_R \uparrow = 0.8$ **(0.25 pt)**
   Donc d'après la ligne de $F_{e_i} \uparrow$ on a : $0.7 \leq F_R \uparrow = 0.8 < 0.95$ **(0.25 pt)**
   En utilisant la ligne des classes on obtient : $16 \leq R < 20$ **(0.25 pt)**
   Alors : $R = 16 + \left[(20 - 16) \times \dfrac{0.8 - 0.7}{0.95 - 0.7}\right] = 17.6$ **(0.25 pt)**

Exercice 02 (10 points) analyse combinatoire et probabilité :

Quest 1. L'espace de probabilité $(\Omega, \mathcal{F}, P)$:

• L'ensemble Ω est un ensemble des **résultats possibles** d'une **expérience aléatoire**. **(0.5)**

• Soit $\mathcal{P}(\Omega)$ un ensemble de toutes les parties de Ω, alors On dit que $\mathcal{F} \subseteq \mathcal{P}(\Omega)$ est une tribu si elle vérifie les 3 conditions suivantes :

1. $\Omega \in \mathcal{F}$. **(0.25 pt)**
2. Si $A \in \mathcal{F}$, alors $\overline{A} \in \mathcal{F}$. **(0.25 pt)**
3. Si $(A_i)_{i \geq 0}$ est une suite d'évènements de $\mathcal{F}$, alors $\cup_i A_i \in \mathcal{F}$. **(0.25 pt)**

• Une probabilité P est une application de $(\Omega, \mathcal{F})$ à valeur dans $[0, 1]$ **(0.25 pt)**telle que :

1. $P(\Omega) = 1$. **(0.25 pt)**
2. Pour toute suite d'évènements $(A_n)_{n \geq 1}$ deux à deux disjoints, on a : $P(\cup_n A_n) = \sum_n P(A)$ (**0.25pt**)

Quest 2. a) $A_{26}^5 \times 10^3$. **(01 pt)**

b) $A_{26}^5 \times 10^2 \times 4$. **(01 pt)**

c) $A_6^1 \times A_{25}^4 \times 10^2 \times 5$. **(01 pt)**

Quest 3. On note M l'évènement "vaccinner contre la maladie M", C "vaccinner contre le Covid 19", donc on a : $P(M) = 0.7, \quad P(C) = 0.35$ et $P(M \cap C) = 0.15$.

a) $P(M \cup C)$ (**0.25pt**) $= P(M) + P(C) - P(M \cap C)$ (**0.25pt**) $= 0.9$ (**0.5pt**).

b) $P(\overline{M} \cap \overline{C}) = P(\overline{M \cup C}) = 1 - P(M \cup C) = 0.1$. **(01 pt)**

c) $P(\overline{M} \cup \overline{C}) = P(\overline{M \cap C}) = 1 - P(M \cap C) = 0.85$. **(01 pt)**

d) $P(C \mid M) = \dfrac{P(C \cap M)}{P(M)} = 0.21$. **(01 pt)**

e) $P(\overline{M} \mid \overline{C}) = \dfrac{P(\overline{M} \cap \overline{C})}{P(\overline{C})} = 0.15$. **(01 pt)**