Université L'arbi Ben M'hidi

Faculté: Sciences exactes et sciences de la nature et de la vie
Département: MI
Année universitaire: 2022/2023
Module: Algèbre 2

Examen d'Algèbre 2

Exercice 1:
Les ensembles suivants sont -ils des sous-espaces vectoriels? Justifier.

$$\begin{aligned} F_1 &= \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / 2x - y = 0\right\} \\ F_2 &= \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / y \geq 0\right\}. \end{aligned}$$

Exercice 2 :
Soit $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ une application linéaire avec

$$f(e_1) = (1,1,a), f(e_2) = (1,a,1), f(e_3) = (a,1,1),$$

$a \in \mathbb{R}$ et $\{e_1, e_2, e_3\}$ est la base canonique de $\mathbb{R}^3$.
1. Calculer $f(x,y,z)$.
2. Pour $a = -2$, déterminer une base du $\ker f$ et sa dimension.
3. L'application f est-elle injective?
4. Donner le rang de f. L'application f est-elle surjective?
Exercice 3 : Soient les matrices :
$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
(1) Calculer le produit AB.
(2) La matrice B est-elle inversible ? Justifier. Si oui, Déterminer B^{-1}.
(3) Supposons que A est la matrice assciée à une application linéaire f selon les deux bases canoniques

$$E = \{e_1(1,0,0), e_2(0,1,0), e_3(0,0,1)\}, L = \{l_1(1,0), l_2(0,1)\},$$

en utilisant **les matrices de passages**, déterminer la matrice assciée à f selon les deux bases $E' = \{e'_1(1,1,1), e'_2(1,1,0), e'_3(1,0,0)\}$ et $L' = \{l'_1(1,3), l'_2(1,4)\}$.

Bonne chance.

Pr. Rezzag.S