III) 1) On a : $g(k)dk = \frac{4\pi k^2 dk}{\left(\frac{2\pi}{L}\right)^3}$ à 3D

$\left(\frac{2\pi}{L}\right)^3 \to$ le volume occupé par 1 état

0,5

d'où : $\boxed{g(k)dk = \frac{V}{2\pi^2} \cdot k^2 dk}$ 0,5 / $V = L^3$.

est la densité d'états dans l'espace de k.

2) On a : $D(E)dE = 2\, g(k)dk$ / $\boxed{k^2 = \frac{2m}{\hbar^2}E}$

Spin $(+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$ 0,5

$2k\,dk = \frac{2m}{\hbar^2} dE$

d'où : $D(E)dE = \frac{V}{2\pi^2} \cdot \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \sqrt{E}\, dE$ | d'où : $2k^2 dk = \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \sqrt{E}\, dE$

0,5

$D(E)dE = A\sqrt{E}\, dE \longrightarrow \boxed{D(E) = A\sqrt{E}}$

et A est un constante / $\boxed{A = \frac{V}{2\pi^2}\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2}}$ 0,5

3) On a : $\frac{\frac{4}{3}\pi k_F^3}{\frac{8\pi^3}{V}} = \frac{N}{2}$ 0,5 (le nombres d'états dans une sphère de rayon k_F, N est le nombres d'électrons libres)

Alors : $k_F^3 = 3\pi^2 \frac{N}{V}$ / $n = \frac{N}{V}$

$= 3\pi^2 n$ 0,5

$\boxed{k_F = (3\pi^2 n)^{\frac{1}{3}}}$

4) Pour : $n_{Cu} = 8 \cdot 10^{28} / m^3$.

$E_F = \frac{\hbar^2}{2m} k_F^2 = \frac{\hbar^2}{2m}(3\pi^2 n)^{2/3}$ 0,5

$E_F = \frac{(10^{-34})^2}{2 \times 9{,}1 \times 10^{-31}} (3\pi^2 \cdot 8 \cdot 10^{28})^{2/3}$

on trouve : $E_F = 4{,}7 \times 10^{-19}$ joule 0,5

$\boxed{E_F = 2{,}93 \text{ eV}}$

et : $\boxed{\begin{matrix} k_F = 0{,}92 \times 10^{10}\, m^{-1} \\ k_F = 0{,}92\, \mathring{A}^{-1} \end{matrix}}$ 0,5