



1) 1) on cherche l'équation du mouvement.

$$\begin{aligned}
 1) m \frac{d^2 u_s}{dt^2} &= c_1 (v_s - u_s) + c_2 (v_{s+1} - u_s) \\
 2) m \frac{d^2 v_s}{dt^2} &= c_1 (u_s - v_s) + c_2 (u_{s-1} - v_s)
 \end{aligned}$$

de ces équations on a trouvé la solution suivante:
$$w_{\pm}^2 = \frac{(c_1 + c_2) \pm \sqrt{(c_1 + c_2)^2 - 2c_1 c_2 (1 - \cos ka)}}{m}$$

2) a) pour $ka = 0 \rightarrow k = 0$ (centre de 1ZB)
on a:
$$w_{\pm}^2 = \frac{(c_1 + c_2) \pm (c_1 + c_2)}{m}$$

d'où:
$$w_{+}^2 = 2 \frac{c_1 + c_2}{m} \quad \text{d'où} \quad w_{+} = \sqrt{\frac{2(c_1 + c_2)}{m}}$$

$$w_{-}^2 = 0 \rightarrow \boxed{w_{-} = 0}$$

b) pour: $ka = \pm \pi \rightarrow k = \pm \frac{\pi}{a}$ (bord de 1ZB)

$$\begin{aligned}
 w_{\pm}^2 &= \frac{(c_1 + c_2) \pm \sqrt{(c_1 + c_2)^2 - 4c_1 c_2}}{m} \\
 &= \frac{(c_1 + c_2) \pm \sqrt{c_1^2 + c_2^2 + 2c_1 c_2 - 4c_1 c_2}}{m} \\
 &= \frac{(c_1 + c_2) \pm \sqrt{c_1^2 + c_2^2 - 2c_1 c_2}}{m} \\
 w_{+}^2 &= \frac{(c_1 + c_2) \pm \sqrt{(c_1 - c_2)^2}}{m}
 \end{aligned}$$