كلية العلوم الدقيقة وعلوم الطبيعة والحياة
قسم الرياضيات والإعلام الآلي
السنة الأولى إعلام آلي S2

جامعة العربي بن مهيدي أم البواقي
الامتحان في مادة تحليل2

2022- 2023
يوم: الإثنين 25 شوال 1444 هـ
الموافق لـ 15 ماي 2023

التمرين الاول: (10 نقاط)

1. ليكن التابع g المعرف بـ $g(x) = \ln(1 + \tan x)\, e^x$، ولنرمز بـ $\left(C_g\right)$ للمنحى البياني الممثل له.

أ. اوجد نشرًا محدودًا من المرتبة 3 بجوار 0 للتابع $x \longmapsto \ln(1 + \tan x)$ ، ثم استنتج نشرًا محدودًا للتابع g من المرتبة 3 بجوار 0.

ب. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى $\left(C_g\right)$ في النقطة ذات الفاصلة 0، وَحدد الوضع النسبي لـ $\left(C_g\right)$ و(T) بجوار 0، ماذا تستنتج؟

2. ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}^*$ بـ $f(x) = x^2 \sin\frac{1}{x}$، $\left(C_f\right)$ المنحى البياني الممثل له.

أ. أوجد نشرًا محدودًا من المرتبة 3 بجوار $+\infty$ للتابع h المعرف بـ $h: x \longmapsto \sin\frac{1}{x}$، ثم استنتج نشرًا محدودًا بجوار $+\infty$ للتابع f.

ب. بين أن $\left(C_f\right)$ يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً (Δ) يطلب تعيين معادلة له، محددا الواضع النسبي لـ $\left(C_f\right)$ و(Δ) في جوار $+\infty$.

3. باستعمال صيغة لاغرانج أثبت أن:

$$\forall x \in [0;\pi] \quad : 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} - \frac{x^6}{720} \leq \cos x \leq 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24}$$

تعطى صيغة لاغرانج: $f(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(x)}{k!} x^k + \frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!} x^{n+1}$، حيث عدد حقيقي c محصور بين 0 و x .

لدينا: $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + o(x^3)$، و $\ln(1 + x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + o(x^3)$،

و $\tan x = x + \frac{x^3}{3} + o(x^3)$، و $\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + o(x^3)$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

أحسب التكاملات التالية:

$$I_1 = \int x^2 \arctan x \, dx$$

$$I_2 = \int \frac{1-2\cos x \sin x}{1+\cos^2 x} dx$$ (نضع $t = \cos x$)

$$I_3 = \int \frac{x}{x^2 - 3x + 2} dx$$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1. حل المعادلة التفاضلية التالية:

$$(x^2 - 3x + 2)\acute{y} + xy = -1$$ (استعمل I_3 من التمرين الثاني)

2. استنتج حلا عاما لمعادلة برنولي:

$$(x^2 - 3x + 2)\acute{y} - xy = y^2$$

بالتوفيق