

Corrigé type.

Méthodes Numériques et programmation
2^e éme année (Physique + Chimie)

Exercice :

Soit l'intégrale:

$$I = \int_a^b f(x) dx$$

L'algorithme des trapèzes pour estimer :

$$I = \int_a^b f(x) dx \text{ est :}$$

$$T_h = \frac{h}{2} [f(a) + f(b) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(a+ih)] \quad \textcircled{1}$$

Dans notre exercice :

$$a = 0 ; b = 1 ; h = 0.2 ; n = 5 \quad \textcircled{0.1}$$

les $f(x_i)$ données.

$$T_h = \frac{0.2}{2} [f(0) + f(1) + 2(f(0.2) + f(0.4) + f(0.6) + f(0.8)) \quad \textcircled{0.1} \\ = 0.783731 \quad \textcircled{0.1}$$

La valeur exacte $I = \int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan(x) \Big|_0^1 = \frac{\pi}{4} = 0.785398 \quad \textcircled{0.5}$

$$E_r = | I - T_h |$$

$$= 4.667 \cdot 10^{-3} \quad \textcircled{0.1}$$

Exo 2.

Soit l'éq. diff :

$$\begin{cases} y'(x) = \cos(x) + y(x) \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

L'algorithme d'Euler

$$y_{i+1} = y_i + h f(x_i, y_i) \quad (01)$$

$$h = 0.1 ; \quad f(x, y) = \cos(x) + y \quad (01)$$

$$y_{i+1} = y_i + h (\cos(x_i) + y_i) \quad (01)$$

$$= y_i + h (\cos(x_i) + y_i) \quad (01)$$

$$x_0 = 0 ; \quad y_0 = 0$$

$$x_1 = 0.1 ; \quad y_1 = y_0 + h (\cos(x_0) + y_0) \\ = 0.100000 \quad (01)$$

$$x_2 = 0.2 ; \quad y_2 = y_1 + h (\cos(x_1) + y_1) \\ = 0.209500 \quad (01)$$

$$x_3 = 0.3 ; \quad y_3 = y_2 + h (\cos(x_2) + y_2) \\ = 0.328457 \quad (01)$$

$$\boxed{y(0.3) \approx y_3 = 0.328457} \quad (01)$$

Exo 3

Program dichotomies.f95

implicit none

Real :: a, b, c, ep

(01)

Integer :: k

read*, a, b

k = 0

ep = 0.00001

(01)

do while ((b-a) > ep)

c = (a+b)/2

if (f(a) * f(b) < 0) then

b = c

else

a = c

endif

k = k + 1

end do

print *, c, k

(02)

contains

real function f(t)

real :: t

f = exp(-t) - sin(t)

end function

end program dichotomie.f95

(01)