

Exercice 1 (7 points)

Itération 1

- Calcul des sorties :
 $O_3 = f(0.4 * 0 + 0.8 * 0) = f(0) = 1 / (1 + \exp(0)) = \mathbf{0.5}$
 $O_4 = f(0.5 * 0) = f(0) = \mathbf{0.5}$
 $O_5 = f(0.5 * 0) = f(0) = \mathbf{0.5}$
- Calcul de l'erreur sur la couche de sortie
 $\delta_4 = O_4 * (1 - O_4) * (O_4^d - O_4) = 0.5 * (1 - 0.5) * (0.5 - 0.5) = 0$
 $\delta_5 = O_5 * (1 - O_5) * (O_5^d - O_5) = 0.5 * (1 - 0.5) * (0.4 - 0.5) = 0.5 * 0.5 * -0.1 = \mathbf{- 0.025}$
- Calcul de l'erreur sur la couche cachée ;
 $\delta_3 = O_3(1 - O_3) * (w_{43} * \delta_4 + w_{53} * \delta_5) = 0.5 * (1 - 0.5) * (0 * 0 + 0 * -0.025) = 0$
- Ajustement des poids
 $\Delta w_{31} = \mu * \delta_3 * X_{31} = 0.2 * 0 * 0.4 = 0$; $w_{31} = w_{31} + \Delta w_{31} = 0 + 0 = 0$
 $\Delta w_{32} = \mu * \delta_3 * X_{32} = 0.2 * 0 * 0.8 = 0$; $w_{32} = w_{31} + \Delta w_{32} = 0 + 0 = 0$
 $\Delta w_{43} = \mu * \delta_4 * O_3 = 0.2 * 0 * 0.5 = 0$; $w_{43} = w_{43} + \Delta w_{43} = 0 + 0 = 0$
 $\Delta w_{53} = \mu * \delta_5 * O_3 = 0.2 * -0.025 * 0.5 = -0.0025$; $w_{53} = w_{53} + \Delta w_{53} = 0 + (-0.0025) = \mathbf{- 0.0025}$.

Itération2

- Calcul des sorties :
 $O_3 = f(0.4 * 0 + 0.8 * 0) = f(0) = 1 / (1 + \exp(0)) = 0.5$
 $O_4 = f(0.5 * 0) = f(0) = 0.5$
 $O_5 = f(0.5 * -0.0025) = f(-0.00125) = 1 / (1 + \exp(-0.00125)) = \mathbf{0.269}$
- Calcul de l'erreur sur la couche de sortie
 $\delta_4 = O_4 * (1 - O_4) * (O_4^d - O_4) = 0.5 * (1 - 0.5) * (0.5 - 0.5) = 0$
 $\delta_5 = O_5 * (1 - O_5) * (O_5^d - O_5) = 0.269 * (1 - 0.269) * (0.4 - 0.269) = 0.269 * 0.731 * 0.131 = 0.025$
- Calcul de l'erreur sur la couche cachée ;
 $\delta_3 = O_3(1 - O_3) * (w_{43} * \delta_4 + w_{53} * \delta_5) = 0.5 * (1 - 0.5) * (0 * 0 + (-0.0025) * 0.025) = 0.5 * 0.5 * -0.0000625 = \mathbf{- 0.000015}$
- Ajustement des poids
 $\Delta w_{31} = \mu * \delta_3 * X_{31} = 0.2 * -0.000015 * 0.4 = -0,0000012$; $w_{31} = w_{31} + \Delta w_{31} = 0 - 0.0000012 = \mathbf{-0.0000012}$
 $\Delta w_{32} = \mu * \delta_3 * X_{32} = 0.2 * -0.000015 * 0.8 = -0.0000024$; $w_{32} = w_{31} + \Delta w_{32} = 0 - 0.0000024 = \mathbf{-0.0000024}$
 $\Delta w_{43} = \mu * \delta_4 * O_3 = 0.2 * 0 * 0.5 = 0$; $w_{43} = w_{43} + \Delta w_{43} = 0 + 0 = 0$
 $\Delta w_{53} = \mu * \delta_5 * O_3 = 0.2 * 0.025 * 0.5 = 0.0025$; $w_{53} = w_{53} + \Delta w_{53} = 0 + 0.0025 = \mathbf{0.0025}$.

Critère d'arrêt atteint donc arrêt.

Derniers poids = { $w_{31}=0$, $w_{32}=0$, $w_{43}=0$, $w_{53}=0.0025$ }

Exercice 2 (7 points)

Iteration 1

Fourmi k=1

Trajet Aller de la fourmi k=1

A la sortie du nid, la fourmi k=1 a deux chemins possibles à prendre NA ou NC. Calculons la probabilité sur chaque chemin.

$$P_{NA} = 0.8 \times (1/15) / (0.5 \times (1/15) + 0.8 \times (1/15)), \quad P_{NC} = 0.8 \times (1/15) / (0.5 \times (1/15) + 0.8 \times (1/15))$$

Sans faire de calculs : $P_{NA} = P_{NC}$, les deux chemins ont la même chance d'être pris. Supposons que la fourmi k=1 choisirait NA.

Au point A, la fourmi k=1 a deux possibilités AE ou AB

$$P_{AE} = 0.8 \times (1/10) / (0.8 \times (1/10) + 0.8 \times (1/15))$$

$$P_{AB} = 0.8 \times (1/15) / (0.8 \times (1/10) + 0.8 \times (1/15))$$

Sans faire des calculs : $P_{AE} > P_{AB}$ donc AE est pris.

De E, la fourmi a deux possibilités EB ou ED. Calculons P_{EB} , P_{ED}

$$P_{EB} = 0.8 \times (1/15) / (0.8 \times (1/10) + 0.8 \times (1/15)) ; \quad P_{ED} = 0.8 \times (1/10) / (0.8 \times (1/10) + 0.8 \times (1/15))$$

Sans faire des calculs : $P_{ED} > P_{EB}$, donc ED est pris.

De D, la fourmi k=1 se dirige certainement vers F , sans faire de calculs.

Trajet Aller de la fourmi k=1 : N-A-E-D-F

Trajet Retour de la fourmi k=1

De F, la fourmi k=1 a deux possibilités : FB ou FD. Sans faire de calculs, les deux probabilités P_{FB} et P_{FD} sont égales donc, les deux tronçons ont la même chance d'être pris. Supposons que la fourmi k=1 prend FB.

.De B, nous avons deux chemins possibles BA ou BE. Sans faire de calculs $P_{BE} = P_{BA}$ donc, les deux tronçons ont la même chance d'être pris. Supposons que la fourmi k=1 prend BA.

De A , la fourmi k= 1 regagne sûrement son nid N.

Trajet Retour de la fourmi k=1 : F- B-A- N

Ajout de la phéromone sur le trajet de la fourmi k=1

Longueur du trajet de retour de la fourmi (FB+BA+AN) = (15+15+5) = 35 . Donc la quantité déposée par la fourmi k = sur son trajet de retour est =2/35.

Fourmi k=2

Trajet Aller de la fourmi k= 2

$$P_{NA} = (0.8 + 2/35) \times (1/15) / ((0.8 + 2/35) \times (1/15) + 0.8 \times (1/15))$$

$$P_{NC} = 0.8 \times (1/15) / ((0.8 + 2/35) \times (1/15) + 0.8 \times (1/15)) .$$

Sans faire de calcul : $P_{NA} > P_{NC}$ Donc le tronçon NA est pris par la fourmi k=2.

De A, nous deux possibilités : AB ou AE. Calculons les deux prob. P_{AB} et P_{AE}

$$P_{AB} = (0.8 + 2/35) \times (1/15) / ((0.8 + 2/35) \times (1/15) + 0.8 \times (1/10)) = 0.857 / (0.857 + 0.9) = 0.857 / 1.757 =$$

$$P_{AE} = 0.8 \times (1/10) / ((0.8 + 2/35) \times (1/15) + 0.8 \times (1/10)) = 0.9 / 1.757.$$

Nous avons : $P_{AE} > P_{AB}$ Donc le tronçon AE est pris par la fourmi $k=2$.

De E, la fourmi $k=2$ a deux possibilités EB ou ED. Sans faire de calculs. $P_{ED} > P_{EB}$.

Donc le tronçon pris est ED. de D la fourmi $k=2$ se dirige sûrement vers F.

Donc : Trajet Aller de la fourmi $k=2$: N-A-E-D-F

Trajet Retour de la fourmi fourmi $k=2$

De F, la fourmi $k=2$ a deux possibilités : FB ou FD. Sans faire de calculs $P_{FB} > P_{FD}$.

$$P_{FB} = (0.8 + 2/35) \times (1/5) / ((0.8 + 2/35) \times (1/5) + 0.8 \times (1/5))$$

$$P_{FD} = (0.8 +) \times (1/5) / ((0.8 + 2/35) \times (1/5) + 0.8 \times (1/5)).$$

Donc la fourmi $k=2$ prend le tronçon FB. De B la fourmi $k=2$ prend le tronçon BA au lieu de BE car

$$P_{BA} > P_{BE}$$

$$P_{BA} = (0.8 + 2/35) \times (1/5) / ((0.8 + 2/35) \times (1/5) + 0.8 \times (1/5)); \quad P_{BE} = 0.8 \times (1/5) / ((0.8 + 2/35) \times (1/5) + 0.8 \times (1/5)).$$

De A, la fourmi $k=1$ regagne sûrement son nid N.

Trajet Retour de la fourmi $k=2$: F- B-A- N

Ajout de la phéromone par la fourmi $k=2$:

Ajout de $2/35$ sur toutes les arêtes du trajet de retour F- B-A- N

Évaporation du phéromone :

$$T_{NA}(1) = T_{AB}(1) = T_{BF}(1) = (1 - 0.5) * 0.8 + 2/35 + 2/35 = 0.4 + 0.114 = 0.514$$

$$T_{NC}(1) = T_{CE}(1) = T_{CD}(1) = T_{DF}(1) = T_{DE}(1) = T_{EA}(1) = T_{EB}(1) = (1 - 0.5) * 0.8 = 0.4000$$

Fin de l'itération 1 Arrêt

Le plus court chemin après la première itération est : $N \dashrightarrow A \dashrightarrow B \dashrightarrow F$

AVEC UNE DISTANCE DE 35.

Exercice 3. (6 points)

<u>Ouvriers</u>	1	2	3	4	5	6	7	8
01	300	120			100			250
02					200			
03	100		100				120	
04			220		300			
05		150					250	120
06			125		500			
07	150					200	100	125
08				100				
09			230		200	350		
10	300			150			150	600
11		250			250		200	
12	120				110			

Exemple d'un tableau de coût des tâches par ouvrier.

Tableau(O_i, T_j) = x = coût / heure de travail de l'ouvrier O_i pour effectuer la tâche T_j .

Si case vide alors ouvrier O_i non qualifié pour effectuer la tâche T_j .

Ce tableau est une donnée ou un paramètre du problème posé.

1) Les individus

Nous avons huit (08) tâches séquentielles à réaliser par 8 ouvriers différents max. Donc chaque individu est une chaîne de 8 gènes et chaque gène appartient à { 01,02,...12 }, puisque nous avons 12 ouvriers candidats. Les individus doivent être valides c'est-à-dire que chaque ouvrier doit être qualifié pour la tâche auquel il est affecté.

Exemple d'un individu :

I= 03 04 05 05 12 11 10 04

Signification : ($t_1 \rightarrow o_3 ; t_2 \rightarrow o_4, t_3 \rightarrow o_5, t_4 \rightarrow o_5, t_6 \rightarrow o_{12}, t_7 \rightarrow o_{11}, t_8 \rightarrow o_4$)

I= l'individu I est valide si chaque ouvrier est qualifié pour la tâche qui lui est affecté. Ici l'ouvrier 4 est supposé qualifié pour effectuer la tâche 2 et la tâche 8. De même, l'ouvrier 5 est supposé qualifié pour effectuer la tâche 3 et la tâche 4. En outre, chaque gène de l'individu doit appartenir à { 01,02,...12 } .

Si on suppose que les coûts des tâches par ouvrier est comme donné par le tableau ci-dessus. Alors

01 01 03 08 04 09 10 10 est un individu valide

02 01 03 08 04 09 10 10 est un individu non valide car l'ouvrier 02 n'est qualifié pour la tâche 1

2- La codification des individus est bien clair : numérique.

3- La population initiale

Bien entendu les individus constituant la population initiale doivent être valides (il faut donc prendre en considération les données du tableau de coûts).

$P_0 = \{01\ 01\ 03\ 08\ 04\ 09\ 10\ 10, 01\ 01\ 04\ 08\ 04\ 09\ 10\ 10, 01\ 01\ 04\ 08\ 06\ 09\ 10\ 10, 01\ 01\ 04\ 08\ 06\ 09\ 07\ 01\}$
= 04 individus.

4- Définition de la fonction fitness.

Plus le cout de revient des 08 taches /heure est petit plus la fitness est élevée.

$F(I) = 1 / \text{Cout_total}$ / cout-total : coût total associé à l'individu (des 8 taches)

Par exemple $F(01\ 01\ 03\ 08\ 04\ 09\ 10\ 10) = 1 / (300+120+100+100+300+350+150+600) = 1/2020$

5. Opérations génétiques

5.1 Croisement : en un point ou multi points. Les individus fils produits doivent être valides sinon les corriger pour les rendre valides.

5.2 Sélection par élitisme

5.3 Mutation aléatoire. Doit produire un individu muté valide.

5.4 Remplacement : les enfants remplacent les individus faibles de la population en cours.

5.5 Le critère d'arrêt : obtention d'une population contenant des individus dont la fitness = $1/C_s$.

ou très peu inférieur. (C_s : le coût seuil qui est une donnée ou paramètre du problème posé.)