Corrigé Type logique mathématique

Question de cours (02 points)

Limite 1 (01 point)

la logique des propositions traite les propositions comme un tout. Elle ne peut pas parler d'objets, de propriétés d'objets et de mettre en relation des objets.

Exemple : Ahmed habite à Mila

Limite 2 : (01 point)

Exemple : Soit la proposition « x est premier ». La valeur de vérité de cette proposition dépend de la valeur de x (qui est l'objet de la proposition).

En logique propositionnelle, ce n'est pas possible de formuler une telle proposition, car la valeur de vérité d'une proposition est bien claire, elle est soit vraie, soit fausse. Cependant, en logique de prédicats, il est possible de formuler les propositions dont la valeur de vérité dépend de l'objet.

Exercice 1 (04 points)

Soient p : Ali lit les livres , q : Ali lit les stories et r : Ali lit les journaux .

1. $p \lor q \land \neg r$ ***:*** (01 point)
2. $(p \land q) \lor (\neg p \land \neg r)$ ***:*** (01 point)
3. $\neg (p \land \neg r)$ (01 point)
4. $\neg ((r \lor q) \land \neg p)$ ***:*** (01 point)

Exercice 2 (06 points)

1.
    1. $A \rightarrow L$ ***:*** (0,5 point)
    2. $(M \land \neg L) \lor (\neg M \land L)$ (0,5 point)
    3. $A \lor M$ (0,5 point)
    4. $M \rightarrow A$ (0,5 point)

2. Pour voir réellement qui a commandé un dessert, on fait la table de vérité de la formule

globale "F1" composée à partir de la conjonction de toutes les affirmations précédentes dans le but de voir tous les modèles possibles.

La formule globale "F1" = (A ⟶ L) ∧ ((L ∧ ¬M) ∨ (¬L ∧ M)) ∧ (A ∨ M) ∧ (M ⟶ A).

La table de vérité est alors comme suit :

(02,5 points) chaque colonne sur (0.5 points)

Interpretations	*A*	*L*	*M*	$A \to L$	$(L \wedge \neg M) \vee (\neg L \wedge M)$	$A \vee M$	$M \to A$	F_1
I_1	*V*	*V*	*V*	*V*	*F*	*V*	*V*	*F*
I_2	*V*	*V*	*F*	*V*	*V*	*V*	*V*	*V*
I_3	*V*	*F*	*V*	*F*	*V*	*V*	*V*	*F*
I_4	*V*	*F*	*F*	*F*	*F*	*V*	*V*	*F*
I_5	*F*	*V*	*V*	*V*	*F*	*V*	*F*	*F*
I_6	*F*	*V*	*F*	*V*	*V*	*F*	*V*	*F*
I_7	*F*	*F*	*V*	*V*	*V*	*V*	*F*	*F*
I8	*F*	*F*	*F*	*V*	*F*	*F*	*V*	*F*

La seule interprétation qui rend vraie la formule "F1" est l'interprétation I2 dans laquelle Ahmed et Ali commandent un dessert mais pas Mostafa. Car les valeurs de vérité des propositions A et L sont vraies mais la proposition M = faux (dans la ligne deux de la table de vérité).

(0,75 point) pour Ahmed et (0,75 point) pour Ali

<u>Exercice 3 (04 points)</u>

1. Pour montrer que F est valide, on démontre que ¬F est inconsistante

F = (a ∧ ¬b) ∨ (¬a ∧ ¬(b ∨ c)) ∨ (¬c ∧ b) ∨ (b ∧ c ∧ a) ∨ (c ∧ ¬a).
On a donc :
C1 = ¬a ∨ b
C2 = a ∨ b ∨ c (1.25 point)
C3 = c ∨ ¬b
C4 = ¬b ∨ ¬c ∨ ¬a
C5 = ¬c ∨ a
A partir de cela, on obtient ¬F .
C6 = b ∨ c Res(C1 , C2)
C7 = c Res(C3 , C6) (1,25 point)
C8 = ¬c ∨ ¬a Res(C1 , C4)
C9 = ¬c Res(C5 , C8)
C10 = ―――――――――――― Res(C7 , C9)
Donc ¬F est inconsistante d'où : F est valide (0,5 point)
2. En effectuant le calcul, on obtient A ≡ ¬F ; donc A est une contradiction (inconsistante) (1 point)

<u>Exercice 4 (04 points)</u>

1. ∀ x (baleine(x) → mammifère (x)) (2 points)

2. ∀ x (enseignant (x) ∧ enseigne(x.math) →intelligent(x)) (2 points)