Université d'Oum El Bouaghi
Département de Mathématiques et Informatique
Module : Introduction à la Topologie
Le 19-01-2023

——————————Correction——————————-

Exercice 01:

$$\tau = \{E,\ \theta_\alpha =]0, \alpha[\, , \alpha \geq 0\}$$

2.5 points - τ une topologie sur E. puisque
$\phi \in \tau$ pour $\alpha = 0$
$E \in \tau$ pour $\alpha = \infty$
- $\bigcup\limits_{\alpha \geq 0}]0, \alpha[=]0, \beta[$ avec $\beta = \max(\alpha_i)$
- $\bigcap\limits_{\alpha \geq 0}]0, \alpha[=]0, \beta[$ avec $\beta = \min(\alpha_i)$

01 points - Les fermés de (E, τ) les complémentaires des ouverts par rapport à E, d'ou $F = [0, \infty[$

3.5 points - On pose $(E, \tau) = (\mathbb{R}, |.|)$ et $A = [a, b]$ avec $a, b \in \mathbb{R}^+$[**Démontré dans le cours**]
- $\delta_1 = [a, b[= ouvert(\mathbb{R}) \cap A =]-b, b[\cap [a, b]$ ouvert
- $\delta_2 =]a, b[= ouvert(\mathbb{R}) \cap A =]a, b[\cap [a, b]$ ouvert
- $\tau_{\mathbb{N}} = |.|_{\mathbb{N}}$ induite sur $\mathbb{N}$ est $P(\mathbb{N})$.
- $n \in \mathbb{N}$, on a $\{n\} =]-n, n[\cap \mathbb{N}$ ouvert.
$\{1, 2\} = \{1\} \cup \{2\}$ alort $\tau_{\mathbb{N}} = |.|_{\mathbb{N}}$ induite sur $\mathbb{N}$ est $P(\mathbb{N})$

Exercice 02:

Soient f une fonction continue d'un espace topologique (E, τ_1) dans (F, τ_2) avec F séparé.
- **01 points** la continuité dans un espace topologique.
$\forall x \in E, \forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0, \forall y \in E, y \in B(x, \delta)$ on a $f(y) \in B(f(x), \varepsilon)$
- **2 points** L'image réciproque d'un ouvert est un ouvert.[**Démontré dans le TD**]
- Prendre K une partie fini dans l'espace E avec E compact.
- **2 points** K une partie fini dans E Séparé [**Démontré dans le TD**]
- **2 points** Oui l'image d'un compact est compact par une application continue [**Démontré dans le cours**]

Exercice 03:

Soit (X, τ) un espace topologique

$\boxed{\textbf{3 points}}$ X connexe $\Leftrightarrow$Toute application $f : X \rightarrow \{0,1\}$ continue est constante [**Démontré dans le TD**]

- On pose $X = \mathbb{R}$

$\boxed{\textbf{3 points}}$ - Les parties connexes dans $\mathbb{R}$ sont les intervalles , justifier[**Démontré dans le cours**]
