

Examen-OPM2-L2-Maths

Exercice1 (4pts.)

On considère la matrice suivante: $A = [1, 2, 3; 2, 3, 1; 3, 1, 2]$

- Quels sont les résultats des commandes suivantes ?

$$\begin{array}{l} \gg A([2, 3], :) \\ \gg A(5) \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} \gg A(\text{end}, \text{end}) \\ \gg \text{reshape}(A(:), \text{size}(A)) \end{array} \right.$$

Exercice2 (6pts.)

Comment tracer sur différentes figures les graphes des fonctions suivantes:

1- $r = 1 - |1 + \cos(\theta)|$

$$2- y = \begin{cases} 1 - \cos(x) & \text{si } x \in [-1, 0[; \\ 0 & \text{si } x = 0; \\ 1 - e^x & \text{si } x \in]0, 1]. \end{cases}$$

3- $z = \sinh(x)\cosh(y)$ pour $x \in [-1, 1]$ et $y \in [-1, 1]$.

Exercice3 (6pts.)

Comment construire rapidement (sans boucle) les matrice suivantes :

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 1 \end{bmatrix}, N = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 4 & 4 & 4 \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Exercice4 (3pts.)

On suppose que l'on travaille en double précision avec MATLAB :

- 1- Quel est le résultat du calcul : $(-1 + 1) + \frac{eps}{2}$? (*eps*: précision machine en MATLAB)
- 2- Quel est le résultat du calcul : $-1 + \left(1 + \frac{eps}{2}\right)$?
- 3- Qu'en déduisez-vous sur les propriétés mathématiques de l'addition arithmétique à virgule flottante ?
- 4- Quel est le résultat exact du calcul de : $1 + \frac{eps}{2} + \frac{eps}{2} + \dots + \frac{eps}{2}$? (2^{53} termes de $\frac{eps}{2}$)
- 5- Quel est le résultat du calcul si l'on additionne les éléments de droite à gauche ?
- 6- Comment s'appelle ce phénomène ?

Examen-OPM2-L2-Maths

Corrigé type

Exercice1 (4pts.)

On considère la matrice suivante: $A = [1, 2, 3; 2, 3, 1; 3, 1, 2]$

>> $A([2, 3], :)$

ans =

2 3 1
3 1 2

>> $A(5)$

ans = 3

>> $A(end, end)$

ans = 2

>> $reshape(A(:, size(A)))$

ans =

1 2 3
2 3 1
3 1 2

Exercice2 (6pts.)

clc; clear; close

%1

figure

t=linspace(0,2*pi);

r=1-abs(1+cos(t));

polar(t,r)

%2

figure

x=linspace(-1,1);

y=(x>=-1&x<0).*(1-cos(x))+(x>0&x<=1).*(1-exp(x));

plot(x,y)

%3

figure

x=linspace(-1,1);

y=linspace(-1,1);

[X,Y]=meshgrid(x,y);

Z=sinh(X).*cosh(Y);

mesh(X,Y,Z) % ou bien surf(X,Y,Z)

Exercice3 (6pts.)

>> n = 5; M = toeplitz([1 3 zeros(1,n-2)], [1 2 zeros(1,n-2)]);

>> N = [1 2 ; 3 4]; N = kron(N, ones(2,3));

>> L = eye(5); L = L(:, end:-1:1)

(1 point: propriété de la copie)

Bonne chance

Examen-OPM2-L2-Maths

Exercice4 (3pts.)

On suppose que l'on travaille en double précision avec MATLAB :

- 0.5 7- Quel est le résultat du calcul : $(-1 + 1) + \frac{eps}{2}$? $\frac{eps}{2}$
- 0.5 8- Quel est le résultat du calcul : $-1 + \left(1 + \frac{eps}{2}\right)$? **0**
- 0.5 9- Qu'en déduisez-vous sur les propriétés mathématiques de l'addition arithmétique à virgule flottante ? **l'opération de l'addition sur les flottants est non associatif**
- 0.5 10- Quel est le résultat exact du calcul de : $1 + \frac{eps}{2} + \frac{eps}{2} + \dots + \frac{eps}{2}$? **1**
- 0.5 11- Quel est le résultat du calcul si l'on additionne les éléments de droite à gauche ? **2**
- 0.5 12- Comment s'appelle ce phénomène ? **phénomène d'absorption**