Université Larbi Ben M'hidi -0EB-
Département des sciences de la matière

Corrigé d'examen S5, Analyse numérique
Janvier 2020
Prof. Taieb Hamaizia

Exercice 01:

On considere l'intégrale suivante:

$$I = \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$$

- La méthode de Réctangle composite avec $n = 5$.
$n = 5$ donc $h = 0.2$ $\quad x_0 = 0 \quad x_1 = 0.2 \quad x_2 = 0.4 \quad x_3 = 0.6 \quad x_4 = 0.8$

$$I_R^G = h \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i) \qquad = 0.8337 \quad [\mathbf{0.5 + 1\ pts}]$$

$$I_R^D = h \sum_{i=1}^{n} f(x_i) \qquad = 0.7337 \quad [\mathbf{0.5 + 1\ pts}]$$

$$I_R^M = h \sum_{i=0}^{n-1} f(\tfrac{x_i + x_{i+1}}{2}) \quad = 0.7861 \quad [\mathbf{0.5 + 1\ pts}]$$

- La méthode de Trapèze composite avec $n = 4$

$$I_T = h \left(\tfrac{f(b)+f(a)}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) \right),$$

$n = 4$ donc $h = 0.25$ $\quad x_0 = 0 \quad x_1 = 0.25 \quad x_2 = 0.5 \quad x_3 = 0.75$

$$I_T = h \left(\tfrac{f(b)+f(a)}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) \right) \quad = 0.7828, \quad [\mathbf{0.5 + 1\ pts}]$$

- Expliquer comment justifier la meilleur méthode.
On prendre la quantité $E = |x_{exact} - x_{appro}|$
L a valeur la plus proche de zéro est la meilleur valeur numériquement [**2 pts**]

Exercice 02:

Soit

$$f(x) = \frac{1}{1 + x2}$$

Les points d'appui sont : $\begin{matrix} -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{5} \end{matrix}$

$$p_4(x) = f(x_0)L_0(x)+f(x_1)L_1(x)+f(x_2)L_2(x)+f(x_3)L_3(x)+f(x_4)L_4(x) \;\; [\textbf{1 pts}]$$

$L_0(x) = \frac{1}{24}x(x+1)(x-1)(x-2)$ [**1 pts**] $\quad L_1(x) = -\frac{1}{6}x(x+2)(x-1)(x-2)$ [**1 pts**]
$L_2(x) = \frac{1}{4}(x+2)(x+1)(x-1)(x-2)$ [**1 pts**] $\quad L_3(x) = -\frac{1}{6}x(x+2)(x+1)(x-2)$ [**1 pts**]
$L_4(x) = \frac{1}{24}x(x+2)(x+1)(x-1)$ [**1 pts**]

Exercice 03

Soit $f(x)$ une fonction qui passe par les points $(0;3)$;$(2,-1)$ et $(5,8)$
- A l'aide de la formule de Newton, trouver le polynôme d'interpolation qui passe par ces points

x_i	$f(x_i)$	$f[x_i, x_{i+1}]$	$f[x_i...x_{i+2}]$	$f[x_i...x_{i+3}]$
0	3	-2	1	
2	-1	3		
5	8			

[**2 pts**]

$$\begin{aligned} p(x) &= f(x_0) + (x-x_0)\, f[x_i, x_{i+1}] + (x-x_0)(x-x_1)\, f[x_i...x_{i+3}] \;\; [\textbf{1 pts}] \\ p(x) &= 3 + -4x + x^2 \;\; [\textbf{3 pts}] \end{aligned}$$