

Examen

Exercice 1 (04.5 pts): Écrire sous forme normale négative (FNN), forme normale conjonctive (FNC) et forme normale disjonctive (FND) les formules ci-dessous (sans l'utilisation de la table de vérité):

1. $(\neg C \Rightarrow (A \vee \neg B))$
2. $\neg(\neg A \Rightarrow B) \wedge (\neg C \wedge \neg D)$.
3. $\neg((\neg A \wedge \neg B) \wedge (\neg A \vee \neg B))$.

Exercice 2 (05 pts): Soit $\Sigma = \{\phi_1, \phi_2, \phi_3\}$ l'ensemble des formes propositionnelles suivantes

$$\phi_1 = A \wedge \neg B \wedge \neg C$$

$$\phi_2 = B \wedge \neg A \wedge \neg C$$

$$\phi_3 = C \wedge \neg A \wedge \neg B$$

1- Montrer que chacune des formules ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 est satisfaite? Sont elles valides?

2- Les ensembles suivants sont-ils compatibles?

$$\Sigma_1 = \{\phi_1, \phi_2\}, \Sigma_2 = \{\phi_1, \phi_2, \phi_3\}, \Sigma_3 = \{\phi_1, \neg\phi_2\}, \Sigma_4 = \{\neg\phi_1, \neg\phi_2, \neg\phi_3\}$$

3- Que peut-on dire de la formule $\phi = \neg\phi_1 \vee \neg\phi_2 \vee \neg\phi_3$

Exercice 3 (04 pts): Formuler en logique d'ordre 1 les phrases suivantes en utilisant les prédicats : H, M, P, A.

H(x) : x est un humain.

M(x,y) : x est la mère de y.

P(x,y) : x est le père de y.

A(x,y) : x aime y.

1. Chaque humain aime ses enfants.
2. Chaque humain aime sa mère.
3. Ali et Adel ont les mêmes parents.

Exercice 4 (06.5 pts):

Soit L est un langage de premier ordre défini par :

- Les constantes : c1, c2.
- Les symboles de fonctions : F/1, G/2, H/2
- Les symboles de prédicats : P/2

Soit S = (N, {0,1}, {carrée, produit, somme}, {>}) une structure pour L

$$V(x,y) = (2, 3)$$

1) Donner l'interprétation par rapport à S et V des termes suivants :

$$T_1 = F(G(c_1, H(x, y))) \quad T_2 = F(H(c_1, G(x, y)))$$

$$T_3 = G(F(y, c_2)) \quad T_4 = P(c_1, c_2)$$

2) Donner l'interprétation par rapport à S et V des formules suivantes :

$$\phi_1 = P(x, y) \Rightarrow P(F(x), y) \equiv y$$

$$\phi_2 = \forall y \exists x P(x, y) \Rightarrow P(F(x), y)$$

$$\phi_3 = \forall y \exists x P(x, y) \Rightarrow H(F(x), y) \equiv y$$