*Université Larbi Ben M'hidi – Oum El Bouaghi*
*Département de M&I*

*Le 26/01/2020*
*Durée: 1h 30*

*3 ème année MATHS*

# Examen final (Equation différentielle)

**Exercice 01 : (7 *points* )**

Résoudre les équations différentielles suivantes :

$$1)\ (t^2-1)y'-ty=2t,\ \ t\in\,]1,+\infty[.$$

$$2)\ y''-2y'+2y=e^t, t\in IR.$$

**Exercice 02 : (4 *points* )**

On considère le problème de Cauchy suivant :

$$(PC)\begin{cases} y'(t)=\sqrt{y(t)} \\ y(0)=0 \end{cases},\ t\in IR.$$

1) Vérifier que $y=0$ est solution de (PC).
2) Trouver une solution non nulle de ce problème.
3) Le théorème de Cauchy-Lipschitz s'applique-t-il ici? Pourquoi?

**Exercice 03 : (6 *points* )**

On considère le système différentiel suivant :

$$(S1)\ X'(t)=AX(t)\ \ ou\ \ X(t)=\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix},\ \ A=\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\ \text{ et }\ \ t\in IR.$$

(1) A l'aide du théorème de Cayley-Hamilton , Calculer $e^{tA}$.

(2) Déterminer toutes les solutions de (S1).

(3) Déterminer la solution de (S1) vérifiant $x(0)=1, y(0)=-1$.

(4) Déterminer la résolvante de (S1).

(5) Etudier la stabilité des solutions de (S1).

**Exercice 04 : (3 *points* )**

On considère le système différentielle linéaire suivant :

$$(S2)\begin{cases} x'(t)=y(t) \\ y'(t)=-2y(t)+z(t) \\ z'(t)=-x(t)-z(t) \end{cases}$$

Où $t\in IR$.

1) Déterminer les points équilibres de (S2).

2) Etudier la stabilité de point équilibre de (S2).

***BON COURAGE***