

Examen écrit

(Les documents sont autorisés)

Exercice 1 (10 points):

Nous avons mesuré expérimentalement une grandeur physique Y en faisant varier une variable X. Les résultats sont rapportés dans le tableau ci-dessous:

X	2	4	6
Y	1	4	5

En utilisant la méthode des moindres carrés, on peut ajuster les points expérimentaux par une fonction linéaire sous la forme: $y=c_1+c_2 \cdot x$

Calcul de c_1 et c_2 se fait à travers l'équation suivante:

$$\sum_{j=1}^m a_{kj} c_j = b_k \dots\dots\dots (1)$$

Tel que: $a_{kj} = \sum_{i=1}^n w_i f_j(x_i) f_k(x_i)$, $b_k = \sum_{i=1}^n w_i y_i f_k(x_i)$

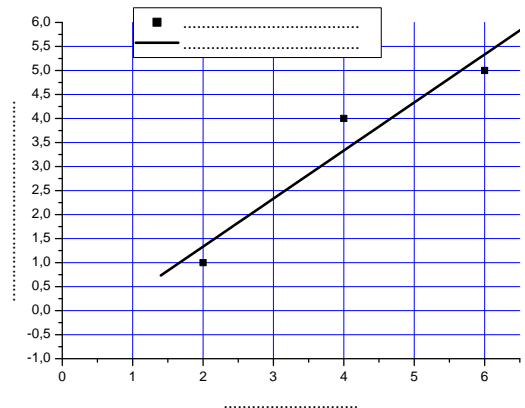
1. Quelle sont les valeurs de n et m (n= ? , m=?)
2. Ecrire l'équation (1) sous forme de matrices
3. Calculer a_{kj} et b_k
4. Calculer c_1 et c_2
5. Ecrire un programme Fortran qui permet de calculer c_1 et c_2

Remarque: On suppose que toutes les valeurs mesurées ont le même poids ($w=1$)

Exercice 2 (4 points):

Les résultats de l'exercice 1 sont traités par un logiciel "Origin" (figure ci-contre)

1. Donner la définition de "Origin"
2. Compléter la figure ci-contre (remplir les espaces vides)
3. Calculer la pente et le point d'intersection avec l'axe verticale. Comparer votre résultat avec les valeurs de c_1 et c_2 calculés dans l'exercice 1



```

Program Ex3Exam2020
n=3
a=1
b=4
h=(b-a)/n
S=0
do 10 i=0 , n-1
x=a+(i*h)+(h/2)
S=S+(h*log(x))
write(*,20) S
10 continue
20 format(f6.2)
write(*,30) 'S=', S
30 format(a10, f6.2)
stop
end
    
```

Exercice 3 (6 points):

« Ex3Exam2020 » est un programme écrit en langage Fortran.

1. Donner l'expression mathématique traitée par ce programme
2. Quelle méthode utilisée dans ce programme?
3. Exécuter manuellement « Ex3Exam2020 » et écrire le résultat
4. Donner la représentation graphique de résultat.

Corrigé type

Exercice 1:

1) $n = 3$, $m = 2$

2)
$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

3) $a_{11} = 1.1.1 + 1.1.1 + 1.1.1 = 3$

$a_{12} = 1.1.2 + 1.1.4 + 1.1.6 = 12$

$a_{21} = 1.1.2 + 1.1.4 + 1.1.6 = 12$

$a_{22} = 1.2.2 + 1.4.4 + 1.6.6 = 56$

$b_1 = 1.1.1 + 1.4.1 + 1.5.1 = 10$

$b_2 = 1.1.2 + 1.4.4 + 1.5.6 = 48$

4) $c_1 = \frac{[(b_1 \cdot a_{22}) - (b_2 \cdot a_{12})]}{[(a_{11} \cdot a_{22}) - (a_{12} \cdot a_{21})]} = -0.67$

$c_2 = \frac{[(b_2 \cdot a_{11}) - (b_1 \cdot a_{21})]}{[(a_{11} \cdot a_{22}) - (a_{12} \cdot a_{21})]} = 1.00$

5) Programme Fortran

Fichier data (experience.dat)

2	1	1
4	4	1
6	5	1

10

```

program ex1Examen2020
dimension x(3), y(3), w(3)
open(1,file='experience.dat', status='old')
read(1,*)(x(i),y(i),w(i), i=1,3)
a11=0
a12=0
a21=0
a22=0
b1=0
b2=0
do 10 i=1,3
a11=a11+w(i)
a12=a12+(x(i)*w(i))
a21=a21+(x(i)*w(i))
a22=a22+(x(i)*x(i)*w(i))
b1=b1+(w(i)*y(i))
b2=b2+(w(i)*y(i)*x(i))
10 continue
write(*,*)a11,a12,a21,a22,b1,b2
deter=(a11*a22)-(a12*a21)
dc1=(b1*a22)-(b2*a12)
dc2=(a11*b2)-(b1*a21)
c1=dc1/deter
c2=dc2/deter
write(*,*)'c1=',c1,'c2=',c2
stop
end
    
```

Exercice 2:

1) Origin est un logiciel permet de tracer des courbes

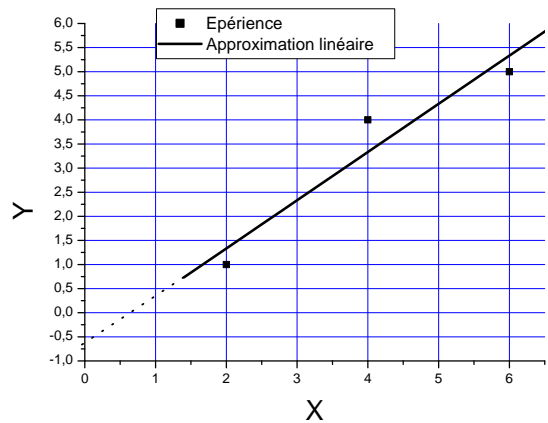
2) La figure est complétée

3) $La\ pente = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}$

Tel que (x_1, y_1) et (x_2, y_2) sont deux points choisi

La pente $\approx c_2$

Le point d'intersection avec l'axe vertical $\approx c_1$



Exercice 3:

1) L'expression mathématique

$$S = \int_1^4 \log(x) dx$$

2) La méthode utilisée est méthode des rectangles

3) Exécution de programme

4) Représentation graphique

0.41
1.32
2.57
S=2.57

