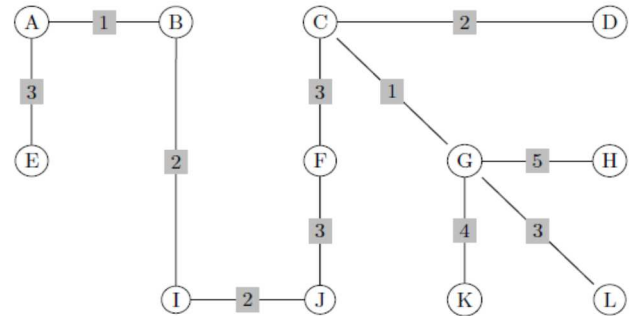


Matière : Théorie des graphes
Corrigé-Type de l'Examen Final

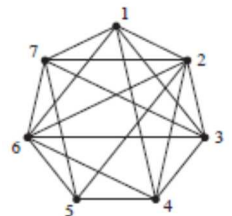
Exercice 1 : (04 points)

- 1- Arbre Couvrant de Poids Minimal. (1/2 point)
- 2- On va appliquer l'algorithme de KRUSKAL. (1/2 point)
 La modification à apporter est la suivante : (01 point)
 - l'ensemble des arêtes choisies est initialisé à {AE, GH} et non pas à ∅.
 - l'ensemble des arêtes restantes sont triées par ordre croissant de leurs coûts.
 On peut choisir alors dans l'ordre AE, GH, AB, CG, BI, IJ, CD, CF, JF, GL, GK . Coût total = 29 (02 points)



Exercice 2 : (06 points)

- 1- Le graphe (01 point)
- 2- Le nombre minimum de sessions : Le nombre chromatique $\chi(G)$
 - a) Encadrement : $\omega(G) \leq \chi(G) \leq \Delta(G) + 1$
 - $\omega(G)$: l'ordre de la plus grande clique (1 2 3 6 7) donc $\omega(G) = 5$
 - $\Delta(G)$: le plus grand degré des sommets (sommets 2 ou 6) donc $\Delta(G) = 6$
$$5 \leq \chi(G) \leq 7 \dots\dots\dots (i) \quad (02 \text{ points})$$
 - b) En appliquant l'algorithme de WELSH & POWEL :



Sommet	2	6	1	3	4	7	5
Couleur	C1	C2	C3	C4	C5	C5	C3

$\chi(G) \leq 5 \dots\dots (ii) \quad (01,50 \text{ point})$

D'après (i) et (ii) : $\chi(G) = 5$. Donc il faut 5 sessions. (1/2 point)

- 3- 04 sessions suffiront. (01 point)

Exercice 3 : (06 points)

- 1- La valeur du flot = 15 (flot compatible, conservatif et complet). (02 points)
- 2- On applique l'algorithme de FORD-FULKERSON : (03 points)
 Itération 1 : chaîne augmentante : $S^+ D^+ B^+ A^- F^+ P^+$. On peut améliorer le flot avec $\xi = 2$. Flot = 17
 Itération 2 : chaîne augmentante : $S^+ D^+ B^+ A^- F^+ C^+ P^+$. $\xi = 3$. Flot = 20
 Flot Maximal = 20
- 3- On doit augmenter les capacités des arcs de la coupe Minimal : {BC, SA, DF, EF, EG} (01 point)

Exercice 4 : (04 points)

- 1- Problème de Plus Court Chemin (PCC) entre A et tous les autres sommets. (1/2 point)
- 2- On va appliquer l'algorithme de DIJKSTRA. (1/2 point)

	A	B	C	D	E	F	G	H	PCC
Initialisation	0/nil	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	A
Itération 1		9/A	∞	∞	∞	∞	3/A	∞	A,G
Itération 2			8/G	∞	12/G	9/G		∞	A,G,B
Itération 3				∞	13/B	12/G	9/G	17/B	A,G,B,F
Itération 4				∞	13/B	12/G		14/F	A,G,B,F,E
Itération 5				19/E	13/B			14/F	A,G,B,F,E,D
Itération 6				19/E				14/F	A,G,B,F,E,D,H
Itération 7				18/H					A,G,B,F,E,D,H,C

(03 points)