

الدروس النموذجية لإعداد مادة القياس والمطالعة

الفترة الثالثة راجعيات

التدريس الأول، يوم 01/02/2020

التمرين الأول: بولقار

1. كل قياس موجب معرف على  $(E, \mathcal{F})$  هو قياس خارجي والعكس ليس صحيحاً
2. كل قياس موجب معرف على جبر  $\mathcal{G}$ ، يمكن تمديده إلى قياس موجب معرف على  $\sigma$ -الجبر المولدة بواسطة  $\mathcal{G}$  لهذا الجبر، ويكون هذا التمديد وحيداً إذا كان لهذا القياس (المعرف على الجبر)  $\nu$  - متحصياً. (1pts)
3. توجد مجموعات غير بوريلية من  $\mathbb{R}$  ولكنها مع هذا مجموعة بمفهوم لوبيغ. مثال مناسب (1pts)

1. إذا كان  $f$  كسراً معنياً بمفهوم ريمان على المجال  $I$  عند  $n$  لونيًا (1pts)  
 النظام المتكامل  $(\int_a^b f(x) dx)$  متقارباً مطلقاً  $\Leftrightarrow (f - m - \text{كسراً})$ .

2.  $\int_m^n f(x) dx$  متقارباً تحت لوبيغ تطبيقات مقياس عددية موجبة، متناقصة ومتقاربة بمساهمة نفع التطبيق  $f$ ، إذا وجد  $n_0 \geq 1$  بحيث  $\int_{n_0}^{\infty} f d\mu < +\infty$   
 فينت  $\lim_n (\int_E f d\mu) = \int_E f d\mu$  (1pts) كاف

التمرين الثاني  
 $D = \{A \subset E; \mu^*(x) = \mu^*(A \cap x) + \mu^*(A^c \cap x), \forall x \subset E\}$  (1pts)

بيان أن  $D$  عشيرة على  $\mathcal{E}$

- $\forall x \subset E, \mu^*(x) = \mu^*(\emptyset \cap x) + \mu^*(E \cap x) \Rightarrow \emptyset \in D \Rightarrow D \neq \emptyset$
- $\forall A \in D \Rightarrow A^c \in D$  (واضح من تعريف  $D$ )
- $\forall A, B \in D; \forall x \subset E; \mu^*((A \cup B) \cap x) = \mu^*(A \cap [(A \cup B) \cap x]) + \mu^*(A^c \cap [(A \cup B) \cap x])$   
 $= \mu^*(A \cap x) + \mu^*(A^c \cap B \cap x) \quad (*)$