تمرين ثالث (06 نقاط)

- لتكن $\{f_n\}_n$ متتالية من $\mu^+(E,\varphi)$ (التطبيقات القيوسة الموجبة). أثبت أنّ

$$\int_E \underline{\lim} f_n d\mu \leq \underline{\lim} \int_E f_n d\mu$$

- لتكن $\{f_n\}_n$ متتالية من $\mu(E,\varphi)$ (التطبيقات القيوسة)، حيث
$\sum_{n\geq 1}\left(\int_E |f_n| d\mu\right) <+\infty$.

  - بيّن أنّ $\sum_{n\geq 1}\left(\int_E f_n d\mu\right) = \int_E \left(\sum_{n\geq 1} f_n\right) d\mu$

تمرين رابع (04 نقاط)

- ليكن $(E,\sum,\mu)$ فضاء قياس و $\{E_n\}$ متتالية متزايدة من $\sum$ بحيث $E = \cup_{n\geq 1} E_n$.
  - أثبت أنّ $\int_E f d\mu = \lim_n \int_{E_n} f d\mu$ من أجل كل f من $\mu^+(E,\sum,\mu)$
- ليكن $(E,\sum,\mu)$ فضاء قياس تام و f تطبيق من E في $\overline{\mathbb{R}}$.
  - بيّن أنه اذا كانت A مجموعة همولة فإن اقتصار التطبيق f على A ينتمي إلى $\mu(A, A\cap\sum)$.
- ليكن $\sum$ صفا رتيبا على E و A عنصرا من $\sum$.
  - برهن أنّ العائلة

$\omega = \{B \subset E : A\cup B, A\setminus B\ ,\ B\setminus A \in \sum\}$ هي صف رتيب على E .

بالتـــــوفـــيق و الـــنجـــاح

مسؤول المادة : د. روّار سليم