تصحيح امتحان السداسي الاول في مادة الجبر 1

المستوى : سنة اولى جذع مشترك رياضيات واعلام الالي. السنة الدراسية : 2020/2019

تمرين 1 :

-1 أ) $\mathcal{R}$ انعكاسية :=á>; ì :=á>; ž =6 E >6 L =6 E >6 â X ñ

ب) $\mathcal{R}$ تناظرية :=á>; ì :?á@ œ =6 E >6 L ?6 E @6 œ ?6 E @6 L =6 E >6 œ :?á@ ì :=á>; íå

ج) $\mathcal{R}$ متعدية

:=á>; ì :?á@ ì :AáB; œ \ =6 E >6 L ?6 E @6 / ?6 E @6 L A6 E B6 œ =6 E >6 L A6 E B6 œ :=á>; ì :AáB; \ íå

اذن $\mathcal{R}$ علاقة تكافؤ

-2 اصناف التكافؤ

$$\dot{\overline{(a,b)}} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2, (x,y)\mathcal{R}(a,b)\}$$

$$\dot{\overline{(a,b)}} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2, x^2+y^2 = a^2+b^2 = r^2\}$$

اذن اصناف التكافؤ هي دائرة مركزها (0,0) ونصف قطرها r íå

. اذا كانت $(a,b) = (0,0)$ فإن اصناف التكافؤ هي $\{(0,0)\}$ â X ñ

تمرين 2 :

-1 f متباين $\ker f = \{(0,0)\}$ â X ó ñ

f غامر $\operatorname{Im} f = \mathbb{R}^2$ â X ó ñ اذن f تقابل â X ñ

-2 g متباين: ليكن $x_1, x_2 \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$ حيث $g(x_1) = g(x_2)$ ومنه

$2 - \frac{5}{x_1+2} = 2 - \frac{5}{x_2+2}$ اذن $x_1 = x_2$ â X ó ñ

g غامر : $\forall y \in \mathbb{R} \setminus \{2\}, \exists x = \frac{1+2y}{2-y} \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ حيث $g(x) = y$ â X ó ñ

اذن g تقابل â X ñ

-3 g تقابل فهو يقبل تطبيق عكسي $g^{-1}(x) = \frac{1+2x}{2-x}$ íå

تمرين 3 :

-1 :TáU; E :TⁿáUⁿ; L :T E TⁿáU E Uⁿ; L :Tⁿ E TáUⁿ E U; L :TⁿáUⁿ; E :TáU;

اذن القانون + تبديلي â X ñ

:TáU; E ≥TⁿáUⁿ; E :Tⁿ ãUⁿ ;?L :TáU; E :Tⁿ E Tⁿ ãUⁿ E Uⁿ; L kT E :Tⁿ E Tⁿ;áU E :Uⁿ E Uⁿ;o
L k:T E Tⁿ; E Tⁿ ã U E Uⁿ; E Uⁿ õ L ≥TáU; E :TⁿáUⁿ;?E :Tⁿ ãUⁿ;

اذن القانون + تجميعي â X ñ

:TáU; E :=á>; L :TáU;

العنصر الحيادي :=á>; L :r á r; â X ñ

å X ñ : F TáF U;. هو : TáU; ð ß - ó-Åçç̀ì ß •
اذن $(A,+)$ زمرة تبديلية

: TáU; Û: TⁿáUⁿ; L : TTⁿáTUⁿ E TⁿU; L : TⁿTáTⁿU E TUⁿ; L : TⁿáUⁿ; Û: TáU; (أ -2

اذن القانون $*$ تبديلي å X ñ

≥ TáU; Û: TⁿáUⁿ; ?Û: Tⁿ ãUⁿ ; L : TTⁿáTUⁿ E TⁿU; Û: Tⁿ ãUⁿ ; L kTTⁿTⁿ ãTTⁿUⁿ E Tⁿ : TUⁿ E TⁿU; o
L : TTⁿTⁿ ãTTⁿUⁿ E Tⁿ TUⁿ E T" TⁿU;

: TáU; Û≥ TⁿáUⁿ; Û: Tⁿ ãUⁿ ;?L : TáU; Û: TⁿTⁿ ãTⁿUⁿ E Tⁿ Uⁿ; L : TTⁿTⁿ ãT: TⁿUⁿ E Tⁿ Uⁿ; E TⁿTⁿ Uⁿ;
L : TTⁿTⁿ ãTTⁿUⁿ E TTⁿ Uⁿ E TⁿTⁿ Uⁿ;

القانون $*$ تجميعي å X ñ ≥ TáU; Û: TⁿáUⁿ; ?Û: Tⁿ ãUⁿ ; L : TáU; Û≥ TⁿáUⁿ; Û: Tⁿ ãUⁿ ;?

ب) : TáU; Û: AáB; L : TáU; D T AL T / T BE U AL U ž \ A L s / T BE U L U ž \ A L s / B L r

العنصر الحيادي لـ A بالقانون $*$ هو : sá ; íå

ج) $(A,+)$ زمرة تبديلية و القانون $*$ تبديلي وتجميعي ويملك عنصر حيادي íå

يبقى ان نبين القانون $*$ توزيعي على القانون $+$

: TáU; Û≥ TⁿáUⁿ; E : Tⁿ E Uⁿ ;?L : TáU; Û: Tⁿ E Tⁿ ãUⁿ E Uⁿ ;
L : T: Tⁿ E Tⁿ ;áT: Uⁿ E Uⁿ ; E : Tⁿ E Tⁿ ;U; L : TTⁿ E TTⁿ ãTUⁿ E TUⁿ E TⁿU E Tⁿ U;
L : TTⁿ E TTⁿ ãTUⁿ E TⁿU E TUⁿ E Tⁿ U; L : TTⁿáTUⁿ E TⁿU; E : TTⁿ ãTUⁿ E Tⁿ U; íå
L : TáU; Û: TⁿáUⁿ; E : TáU; Û: Tⁿ ãUⁿ ;

اذن $(A,+.*)$ حلقة واحدية تبديلية.

تمرين 4 :

-1 $0+0\sqrt{2}=0\in B$ å X ñ B 6 ; :

ليكن $m;n;m';n'\in Z$

å X ñ $(m+n\sqrt{2})-(m'+n'\sqrt{2})\in B$ اذن $(m+n\sqrt{2})-(m'+n'\sqrt{2})=(m-m')+(n-n')\sqrt{2}$

åì X ñ $(m+n\sqrt{2})(m'+n'\sqrt{2})\in B$ å « $(m+n\sqrt{2})(m'+n'\sqrt{2})=(mm'+2nn')+(mn'+m'n)\sqrt{2}$

اذن $(B,+,\times)$ حلقة جزئية من $(\mathbb{R},+,\times)$.

-2 φ متباين $\varphi(m+n\sqrt{2})=\varphi(m'+n'\sqrt{2})$ اذن $m=m',\ n=n'$

φ غامر î kl E J¾ oL I F J¾ ™ óÊ ‘ F J¾ Ð $áÓI E J¾ Ð $
î ?5 kl F J¾ oL I E J¾ Ð $

اذن φ تقابل íå

$\varphi((m+n\sqrt{2})+(m'+n'\sqrt{2}))=\varphi((m+m')+(n+n')\sqrt{2})=(m+m')-(n+n')\sqrt{2}=(m-n\sqrt{2})+(m'-n'\sqrt{2})=\varphi(m+n\sqrt{2})+\varphi(m'+n'\sqrt{2})$ íå

$\varphi((m+n\sqrt{2})(m'+n'\sqrt{2}))=\varphi((mm'+2nn')+(mn'+m'n)\sqrt{2})=(mm'+2nn')-(mn'+m'n)\sqrt{2}=(m-n\sqrt{2})(m'-n'\sqrt{2})=\varphi(m+n\sqrt{2})\varphi(m'+n'\sqrt{2})$: íå

å X ñ. φ تشاكل ذاتي للحلقة $(B,+.\times)$ ” » ü § ß •