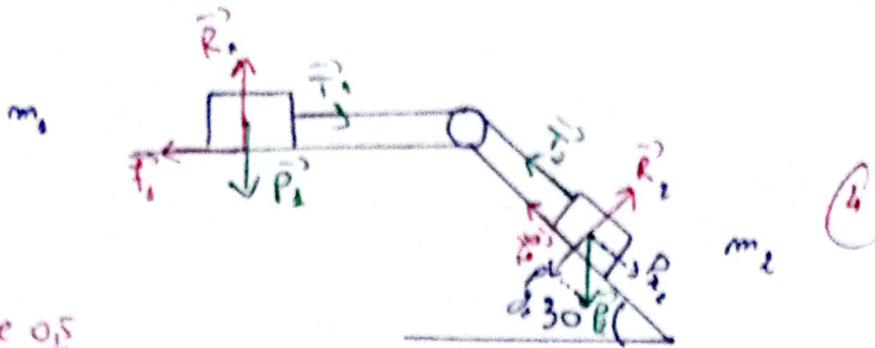


Exo 2: (8)

1 -



chaque force 0,25

2 -  $\sum \vec{F} = m \vec{a}$

Sum  $m_1$ :  $\sum \vec{F} = m_1 \vec{a}$

$\vec{f}_1 + \vec{P}_1 + \vec{R}_1 + \vec{T}_1 = m_1 \vec{a}$  (0,15) ,  $f_1 = N_1 \cdot R_1$  (0,15)

(0x)  $T_1 - f_1 = m_1 a \Rightarrow T_1 = m_1 a + f_1 = m_1 a + N_1 m_1 g \Rightarrow T_1 = m_1 (a + N_1 g)$  (0,25)

(0y)  $R - P_1 = 0 \Rightarrow P_1 = R_1 = m_1 g$  (0,25)  $\Rightarrow m_1 = \frac{(a + N_1 g)}{T_1}$

Sum  $m_2$ :  $\sum \vec{F} = m_2 \vec{a}$

$\vec{f}_2 + \vec{T}_2 + \vec{R}_2 + \vec{P}_2 = m_2 \vec{a}$  (0,25)

$\begin{cases} P_x = \sin \alpha \cdot P_2 \\ P_y = P_2 \cos \alpha \end{cases}$  (0,15)

(0x)  $f_2 - T_2 - P_{x2} = m_2 a$  (0,15)

(0y)  $R_2 - P_{y2} = 0 \Rightarrow R_2 = P_{y2} = m_2 g \cos \alpha$  (0,15)

$f_2 = N_2 R_2 = N_2 m_2 g \cos \alpha$  (0,25)

$-T_2 - N_2 m_2 g \cos \alpha + m_2 g \sin \alpha = m_2 a$

$T_2 = T_1 \Rightarrow m_1 (a + N_1 g) = m_2 (g \sin \alpha - N_2 g \cos \alpha - a)$  (0,15)

$\Rightarrow m_1 = m_2 \frac{(g \sin \alpha - N_2 g \cos \alpha - a)}{(a + N_1 g)}$

(0,14)  $m_1 =$

3 -  $T_1 = T_2 = m_1 (a + N_1 g) =$  (0,15)

$\Rightarrow T_1 =$  (0,15)

Concecion Gr 09

Ex 01: 12

1. a.  $\vec{u} \cdot \vec{w} = (2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}) \cdot (2\vec{j} + \vec{k}) = -2 - 1 = -3$  (0,5)

$\vec{v} \wedge \vec{w} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 3 & -2 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 7\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$

$\vec{u} \cdot (\vec{v} \wedge \vec{w}) = (2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}) \cdot (7\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}) = 14 + 1 - 2 = 13$  (0,5)

$\vec{v} \wedge \vec{u} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 3 & -2 \\ 2 & -1 & -1 \end{vmatrix} = -5\vec{i} + 3\vec{j} - 7\vec{k}$

$\vec{w} \cdot (\vec{v} \wedge \vec{u}) = (2\vec{j} + \vec{k}) \cdot (-5\vec{i} + 3\vec{j} - 7\vec{k}) = 6 - 7 = -1$  (0,5)

b.  $\vec{u} \cdot \vec{w} = \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{w}\| \cdot \cos \alpha$

$\cos \alpha = \frac{-3}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{5}} = -0,54 \Rightarrow \alpha =$  (0,5)

2.  $\rho = b e^{wt}, \theta = wt, z = 2t$

⊆  $\vec{OM} = \rho \vec{u}_\rho + z \vec{k} = b e^{wt} \vec{u}_\rho + 2t \vec{k}$

⊆  $\vec{v} = \dot{\rho} \vec{u}_\rho + \rho \dot{\theta} \vec{u}_\theta + \dot{z} \vec{k} = w b e^{wt} \vec{u}_\rho + w b e^{wt} \vec{u}_\theta + 2 \vec{k} = w b e^{wt} (\vec{u}_\rho + \vec{u}_\theta) + 2 \vec{k}$

⊆  $\vec{a} = (\ddot{\rho} - \rho \dot{\theta}^2) \vec{u}_\rho + (2 \dot{\rho} \dot{\theta} + \rho \ddot{\theta}) \vec{u}_\theta + \ddot{z} \vec{k}$

$\vec{a} = (w^2 b e^{wt} - w b e^{wt}) \vec{u}_\rho + (2 w^2 b e^{wt}) \vec{u}_\theta$

3. a.  $x = 2t + 2, y = \frac{1}{2} t^2 - 6t - 4 \Rightarrow t = \frac{x-2}{2}$   
 $\Rightarrow y = \frac{1}{2} \left(\frac{x-2}{2}\right)^2 - 6 \frac{x-2}{2} - 4 = \boxed{y = \frac{1}{8} (x-2)^2 - 3x + 2}$  (0,5)

b.  $v_x = \frac{dx}{dt} = 2 \Rightarrow \vec{v} = 2\vec{i} + (t-6)\vec{j}$  (0,5)

$v_y = \frac{dy}{dt} = t - 6 \Rightarrow \|\vec{v}\| = \sqrt{4 + (t-6)^2}$  (0,5)

$a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{a} = \vec{j} \Rightarrow \|\vec{a}\| = 1$  (0,5)

$a_y = \frac{dv_y}{dt} = 1$

6.  $a_T = \frac{d\|\vec{v}\|}{dt} = \frac{2(t-6)}{2\sqrt{4+(t-6)^2}} = \frac{(t-6)}{\sqrt{4+(t-6)^2}}$  (0,5)

$a^2 = a_T^2 + a_N^2 \Rightarrow a_N^2 = a^2 - a_T^2 = 1 - \frac{(t-6)^2}{4+(t-6)^2} = \frac{4+t-6-t-36}{4+(t-6)^2}$

d.  $a_N = \frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{v^2}{a_N} = \frac{4+(t-6)^2}{\frac{-t^2+13t-38}{4+(t-6)^2}} = \frac{4+(t-6)^2}{-t^2+13t-38}$  (0,5)

**Examen final :**

**Exercice 01 :(12 pt)**

- 1- Soit les vecteurs  $\vec{U}$ ,  $\vec{V}$  et  $\vec{W}$  déterminés par  $\vec{U}=2\vec{i}-\vec{j}-\vec{k}$ ,  $\vec{V}=\vec{i}+3\vec{j}-2\vec{k}$ ,  $\vec{W}=2\vec{j}+\vec{k}$   
 a- Calculer :  $\vec{U}\cdot\vec{W}$  et  $\vec{U}\cdot(\vec{V}\wedge\vec{W})$  et  $\vec{W}\cdot(\vec{V}\wedge\vec{U})$ .  
 b- En déduire l'angle  $\alpha$  formé par les deux vecteurs  $\vec{U}$  et  $\vec{W}$ .

- 2- Soit un mobile (M) qui se déplace dans l'espace ces coordonnées cylindriques sont données par :  $\rho=b e^{wt}$ ,  $\theta=wt$  et  $z=2t$  b et w des constantes.

- Exprimer les vecteurs de position  $\vec{OM}$ , de vitesse  $\vec{V}$  et d'accélération  $\vec{a}$ .

3-

- a- Déterminer la trajectoire du mouvement plan défini par les équations horaires :

$$x=2t+2, y=\frac{1}{2}t^2-6t-4.$$

- b- Exprimer les vecteurs de vitesse  $\vec{V}$  et d'accélération  $\vec{a}$  et calculer leurs modules.
- c- Calculer les accélérations tangentielle  $a_T$  et normale  $a_N$ .
- d- Déduire le rayon de courbure R à l'instant  $t=6s$ .

**Exercice 02 :(08 pt)**

Une masse inconnu  $m_1$  glisse avec frottement de coefficient  $\mu_1=0.1$  sur un plan incliné de  $\alpha=30^\circ$  est reliée à une masse  $m_2=10g$  par une poulie de masse négligeable. La masse  $m_2$  se glisse ave frottement par un fil de longueur fixe de coefficient  $\mu_2=0.4$  sur la table et se déplace avec une accélération de  $3.26 m/s^2$ .

- 1- Représenter les forces qui s'appliquent sur  $m_1$  et  $m_2$ .
- 2- Calculer la masse  $m_1$ .
- 3- Calculer la tension du fil T.

